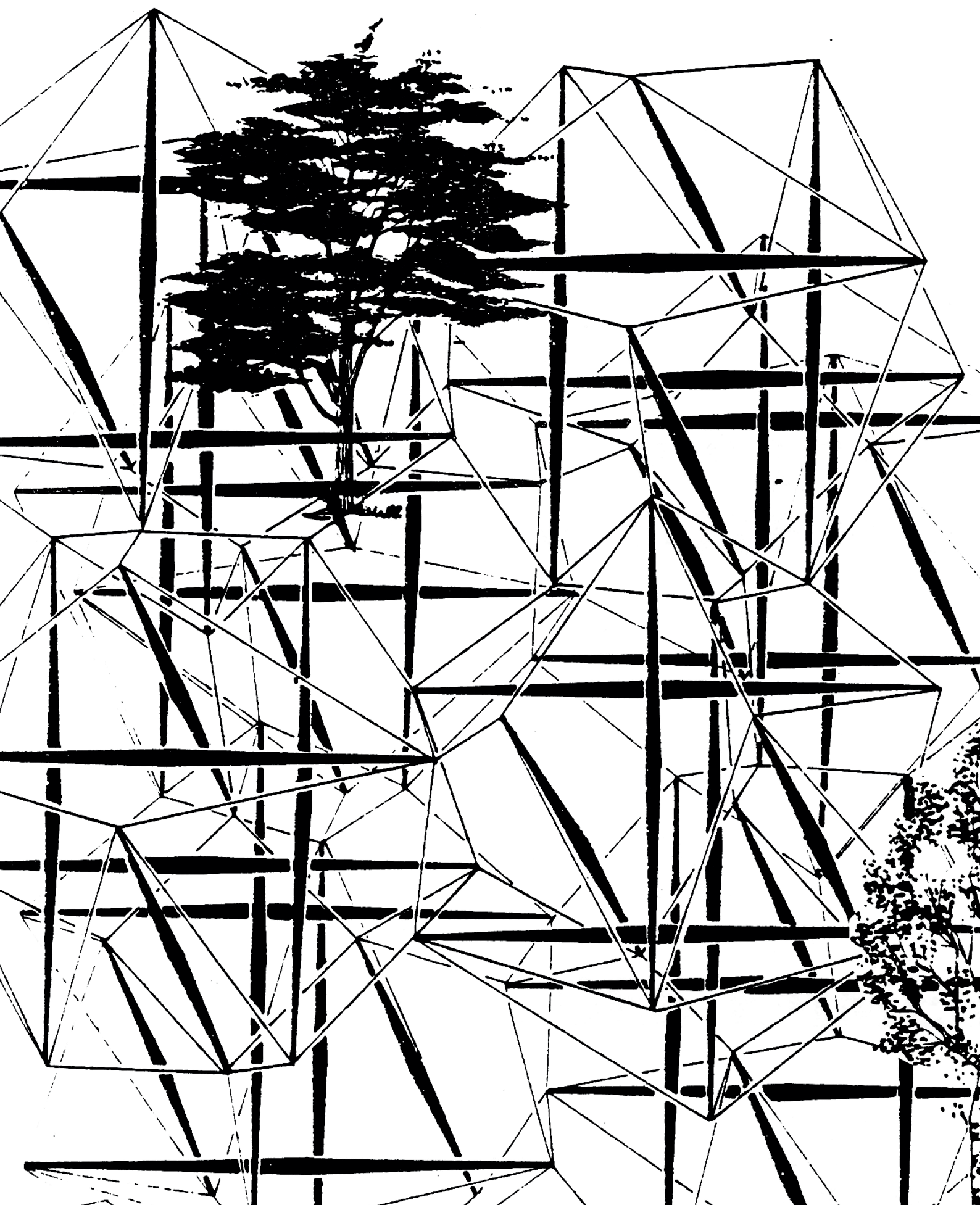


Vers une application constructive des structures autotendantes

Félix Noblot



Page de couverture :

*Page de couverture du rapport de recherche
Possibilités d'Applications des Structures Autotendantes,
pour le Secrétariat de la Recherche Architecturale, rédigé et
illustré par David-Georges Emmerich, 1985.*

*Je tiens d'abord à remercier les enseignants qui ont dirigé
mes recherches : François Guéna, Joaquim Silvestre et
Anne Tüscher.*

*Je suis également très reconnaissant envers Sara Emmerich
qui m'a accueilli chez elle pour me raconter son histoire
et celle de son père ; également envers Ludovic Regnault
avec qui nous avons longuement discuté de nos idées et
incompréhensions ; et finalement envers Niccolò Baldassini
pour ses explications.*

*Finalement je tiens à remercier ma famille qui a supporté
mes longues explications, et particulièrement Marie pour son
soutien incommensurable.*

Vers une application constructive des structures autotendantes

*Mémoire de master en architecture dans le cadre du séminaire
Activités et Instrumentations de la Conception
encadré par François Guéna, Joaquim Silvestre, Anne Tüscher*

Ecole Nationale Supérieure d'Architecture de Paris La Villette,
Paris, France

Auteur	Félix Noblot, Master 2 d'Architecture
Date	11 janvier 2022

Introduction : « La forme crée la fonction !»	p. 7
--	-------------

PARTIE 1

Des débuts ambitieux aux développements disparates	p. 15
---	--------------

1. Du monolithisme au tissage tridimensionnel	p. 16
--	--------------

1.1 Chronologie des structures spatiales	p. 16
--	-------

1.2 Premières définitions	p. 18
---------------------------	-------

2. Catégoriser les systèmes autotendants	p. 20
---	--------------

2.1 Les simplex autotendants	p. 20
------------------------------	-------

2.2 Catégorisation topologique	p. 21
--------------------------------	-------

2.3 Les principes d'assemblages	p. 23
---------------------------------	-------

2.4 Les variantes	p. 25
-------------------	-------

3. Comprendre le comportement structurel	p. 29
---	--------------

3.1 Equilibre et stabilité	p. 29
----------------------------	-------

3.2 « Démystifier la tenségrité »	p. 30
-----------------------------------	-------

PARTIE 2

Évaluer la faisabilité d'une structure autotendante **p. 33**

1. Définitions des critères de comparaison **p. 34**

- 1.1 Évaluation de la rigidité géométrique p. 34
- 1.2 Efficacité structurelle p. 34
- 1.2 Complexité architecturale et constructive p. 39

2. Principes de génération **p. 44**

- 2.1 Prisme autotendant p. 44
- 2.2 Géométrie initiale p. 46
- 2.3 Recherche de forme - Kangaroo p. 48
- 2.4 Analyse structurelle - Karamba 3D p. 50
- 2.5 Paramétrisation p. 54

3. Études de cas : réseaux de prismes à base carrée **p. 55**

- 3.1 Les réseaux planaires antiprismatiques et antipyramidiaux p. 55
- 3.2 Réseau avec continuité verticale p. 61
- 3.3 Réseau avec continuité verticale et horizontale p. 65
- 3.4 Charpente métallique standard p. 67
- 3.5 Synthèse p. 69

4. Optimisations de modélisation et de conception **p. 73**

- 4.1 Généraliser la paramétrisation de la géométrie initiale p. 73
- 4.2 Inverser le processus de recherche de forme p. 76
- 4.3 Simplifier le calcul structurel p. 78
- 4.4 Préciser les études structurelles p. 80

Conclusion **p. 84**

Bibliographie **p. 86**

Introduction

« La forme crée la fonction ! »

Introduction : « la forme crée la fonction! »

Dans les 1980, David Georges Emmerich (1925-1996), alors architecte et enseignant à l'Ecole Nationale Supérieure d'Architecture de Paris-La Villette, est commissionné par le Secrétariat de la recherche architecturale pour rendre un rapport sur *Les possibilités d'application des structures autotendantes*¹. Tout l'espoir que ces structures représentent aux yeux d'Emmerich se résume dans sa critique des pratiques constructives de son époque :

« La crise actuelle [qui] est au fond une crise de production : qui est rigide, insuffisante, chère à la consommation; alors qu'elle devrait développer des techniques architecturales nouvelles, utilisant correctement les matériaux nouveaux et les méthodes industrialisées. Cette nouvelle architecture répondant et correspondant aux possibilités de notre époque passe par l'étude systématique des formes porteuses adéquates : autoportantes, légères, répétitives, démontables, modifiables...et leurs composants : standards, polyvalents, réemployables »².

Malgré les quarante années qui nous séparent du rapport d'Emmerich, cette crise semble toujours aussi actuelle. Emmerich a imaginé une multitude d'applications des structures autotendantes allant du pavillon d'exposition à la station orbitale en passant par un pont sur la manche ou un générateur éolien. Selon Emmerich, les structures autotendantes auraient dû résoudre la crise passée : crise sociale, crise environnementale, crise de la construction, crise également de l'enseignement de l'architecture et de l'enseignement de l'ingénierie.

Pourtant, au premier abord, le principe des structures autotendantes peut paraître fragile. Au lieu d'avoir, comme pour un pont haubané, des mâts comprimés auxquels sont suspendus les câbles, les éléments comprimés sont au contraire détachés du sol et tenus par les câbles. L'architecte et inventeur Richard Buckminster Fuller (1895-1983) aimait parlé d'« îlots de compression au milieu d'un océan de tension »³. Dans les années 60, Fuller invente le terme 'tenségrité'⁴, contraction de 'tension' et 'intégrité' pour caractériser ce type de structure. De ces notions nous en déduisons que les structures autotendantes sont en quelque sorte autonomes et que les éléments ne sont soumis qu'à des forces axiales (de compression ou de tension). La mise en équilibre de ces forces tient au jeu géométrique qui

1 EMMERICH, D-G., *Possibilités d'application des structures autotendantes* [Rapport de recherche] 291/85, Ministère de l'urbanisme, du logement et des transports / Secrétariat de la recherche architecturale (SRA); Ministère de la recherche et de la technologie; Ecole nationale supérieure d'architecture de Paris-La Villette. 1985. p.3.

2 *Ibid.*, p.3.

3 FULLER, R.B., « Synergetics ». *Explorations in the Geometry of Thinking*, Macmillan Publishing, New York, 1975.

4 'Tenségrité' et 'structures autotendantes' seront utilisées indifféremment dans la suite du mémoire

donne aux structures autotendantes leur esthétique. Allité à la fin des années 1958, c'est en jouant avec des mikado¹ qu'Emmerich réalise le potentiel de ce jeu géométrique et plus généralement de la recherche de formes nouvelles.

La solution pour la crise sociétale qu'Emmerich identifie tient en une seule maxime : « La forme crée la fonction ! »². En affirmant la priorité de la forme sur la fonction, Emmerich prend le contre-pied de la pensée fonctionnaliste qui proclame à l'inverse, pour reprendre la fameuse expression de l'architecte et 'père du modernisme' Louis Sullivan (1856-1924), que « la forme suit la fonction »³. Ainsi, la recherche de nouvelles formes constructives s'accompagne d'une nouveauté esthétique et usuelle.

Emmerich remarque cependant le refus progressif des formes complexes à la fois dans l'architecture moderne et dans l'enseignement. Ce refus s'accompagne d'une incompréhension quant au sens, principalement structurel, de ces formes qui semblent irrationnelles. Une part importante de l'enseignement d'Emmerich portera donc sur la réintroduction de la géométrie comme science architecturale omniprésente depuis l'antiquité. Les cours qu'il dispense retracent l'histoire du lien géométrie-structure-architecture et même plus généralement du lien mathématique-physique-esthétique. Les structures autotendantes sont aux yeux d'Emmerich une symbiose parfaite de ces trois disciplines.

Les études d'ingénieur-architecte ont pour moi eu ce même objectif de symbiose des disciplines. Malgré la diversité des cours de structure ou de conception architecturale je crois n'avoir véritablement trouvé ce lien qu'au bout de cinq années d'études. Alors que je terminais mes études d'ingénieur, je découvrais la critique qu'Emmerich faisait de la formation des ingénieurs en 1970 et je ne me pu m'empêcher d'être agacé par le sentiment qu'aujourd'hui, je dresserais la même critique de ma formation (ESTP-ENSAPLV). Ce mémoire cherche donc, dans un premier temps, à illustrer le potentiel de la fusion géométrie-structure-architecture en étudiant le développement des structures autotendantes, des premiers croquis artistiques aux récentes études scientifiques. Si de nombreux autres types de structures ont déjà témoigné de ce potentiel, mon intérêt s'est tourné vers les structures

1 BRAYER, M-A., David Georges Emmerich, *architecte ingénieur : une utopie rationnelle*, Orléans, Musée des Beaux-Arts, 1997, p. 93.

2 EMMERICH, *op cit.*, p.3.

3 SULLIVAN, Louis H., «The Tall Office Building Artistically Considered». *Lippincott's Magazine*. 1896. p.403-406.

Introduction : « la forme crée la fonction! »

autotendantes en raison de la diversité des domaines impliqués dans leur développement.

Les premières notions de structures autotendantes sont apparues en 1921 dans le mouvement artistique constructiviste. Le russe Karl Loganson (1890-1929) avait réalisé une sculpture semblable à un prisme à base triangulaire avec trois barres et sept câbles. De nombreux artistes ont depuis approfondi son travail, l'américain Kenneth Snelson (1927-2016) a passé sa vie à explorer l'esthétique des autotendants. Dans les mains d'Emmerich, de sculpture en structure, la tensegrité est devenue un outil de questionnement de nos pratiques constructives, un outil d'enseignement de morphologies structurelles et un outil d'exploration de principes sociaux innovants tels que l'auto-construction. Pour Fuller, ce qui constitue le génie de la tensegrité est l'analogie qu'il parvient à tisser entre l'équilibre des forces dans ces structures et l'équilibre des forces gravitationnelles qui régissent l'univers. A partir des années 70, alors que chercheurs et ingénieurs s'intéressent à la tensegrité comme René Motro (1946-), Sergio Pellegrino (1959-) et Robert Burkhardt, une compréhension mathématique et structurelle plus poussée se développe progressivement. Cette approfondissement s'accompagne d'une ouverture pluridisciplinaire :

- la NASA développe un robot d'exploration spatiale nouvelle génération fondé sur un module de tensegrité capable de rouler (en modifiant la longueur des câbles) et de supporter un choc d'atterrissage de 60km/h¹.
- Utilisant ce même principe de contrôle actif des longueurs de câble, un simulateur de vol a été développé à partir de deux modules autotendants².
- Docteur Donald Ingber énonce que «les principes de la tensegrité s'appliquent essentiellement à chaque échelle distinguable du corps humain»³ : de l'équilibre entre les os et les muscles, à la forme des cellules humaines (et animales) et même à la géométrie des atomes.
- Le principe de tensegrité est utilisé en ostéopathie pour expliquer le fonctionnement systémique du corps humain.⁴

1 AGOGINO, A., SUNSPIRAL, V., ATKINSON, D., et al., *Super Ball Bot - Structures for Planetary Landing and Exploration*, NASA Innovative Advanced Concepts (NIAC) Program, 2013

2 SULTAN, C., CORLESS, M., «Tensegrity Flight Simulator», *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2000.

3 INGBER, D., «The Architecture of Life», *Scientific American*, 1998

4 GÉHIN, A., *Concept de tensegrité en ostéopathie*, Sauramps Medica, 2010

En recherche architecturale, depuis la découverte des structures autotendantes, de nombreux pavillons ont été construits, proposant de nouvelles méthodes de conception, d'assemblages et de nouveaux matériaux (présentés par la suite) mais très peu de ces exemples ont mené à des structures permanentes. Au fur et à mesure que la recherche progresse, architectes et ingénieurs s'aperçoivent des limites architecturales, constructives et structurelles des autotendants. Les salles d'expositions White Rhino I et II (2001, Chiba, Japon) sont à ma connaissance les seules structures autotendantes pures recevant du public. Le pont Kurilpa (2009, Brisbane, Australie) est lui le seul équipement public utilisant une forme hybride de tensegrité.

Il s'agira donc de comprendre pourquoi les structures autotendantes, dont les principes trouvent continuellement de nouvelles applications, sont cependant si peu représentées dans le paysage actuel de la construction.

Notre première hypothèse porte sur l'inefficacité des structures autotendantes à barres discontinues. Ce principe d'assemblage, caractérisé autrement de tensegrité pure, a été omniprésent dans la recherche architecturale et structurelle pour approfondir et vérifier les principes énoncés par les premiers inventeurs (Emmerich, Snelson, Fuller). Les divers études de ce principe d'assemblage ont également permis de développer de nouveaux outils d'analyse structurelle appliqués aujourd'hui à une multitude de structures tendues.

Notre seconde hypothèse porte sur le manque d'études comparatives entre différents principes d'assemblages. Nous nous appuierons sur le travail du chercheur Wang Bin Bing, le premier à avoir comparé l'efficacité des structures autotendantes à barres continues avec celles à barres discontinues, sur la base d'une nappe bidimensionnelle autotendante. Notre objectif sera également de comparer divers principes d'assemblages mais en les appliquant à une structure autotendante tridimensionnelle.

Notre dernière hypothèse porte sur l'importante scission entre les études architecturales et les études structurelles. Les premières explorent, pour la plupart, la diversité des formes possibles de structures autotendantes à barres discontinues. Les études structurelles étudient davantage le comportement mécanique d'un principe d'assemblage sur une forme particulière. Pour réaliser une analyse complète de notre cas d'étude (structure autotendante tridimensionnelle), il s'agira donc d'une part d'utiliser les outils numériques accessibles aux ingénieurs et architectes et, d'autre part, de définir des critères de comparaison permettant d'évaluer la faisabilité architecturale, constructive et structurelle.

Introduction : « la forme crée la fonction! »

De manière à vérifier ces hypothèses le mémoire se décompose en deux parties. La première, qui prend la forme d'un état de l'art, présente les principes géométriques et structurels à l'origine des premiers autotendants. Ces principes nous permettent de comprendre les différentes typologies existantes et leurs évolutions.

A partir de cet état de l'art, nous développons en seconde partie un cas d'étude qui nous sert de base pour comparer plusieurs types d'assemblages à barres continues et discontinues. Cette seconde partie a également pour objectif de définir des critères de comparaison de structures autotendantes. L'analyse des résultats obtenus nous permet de développer des pistes d'optimisation du protocole, des outils développés et des systèmes structuraux étudiés.

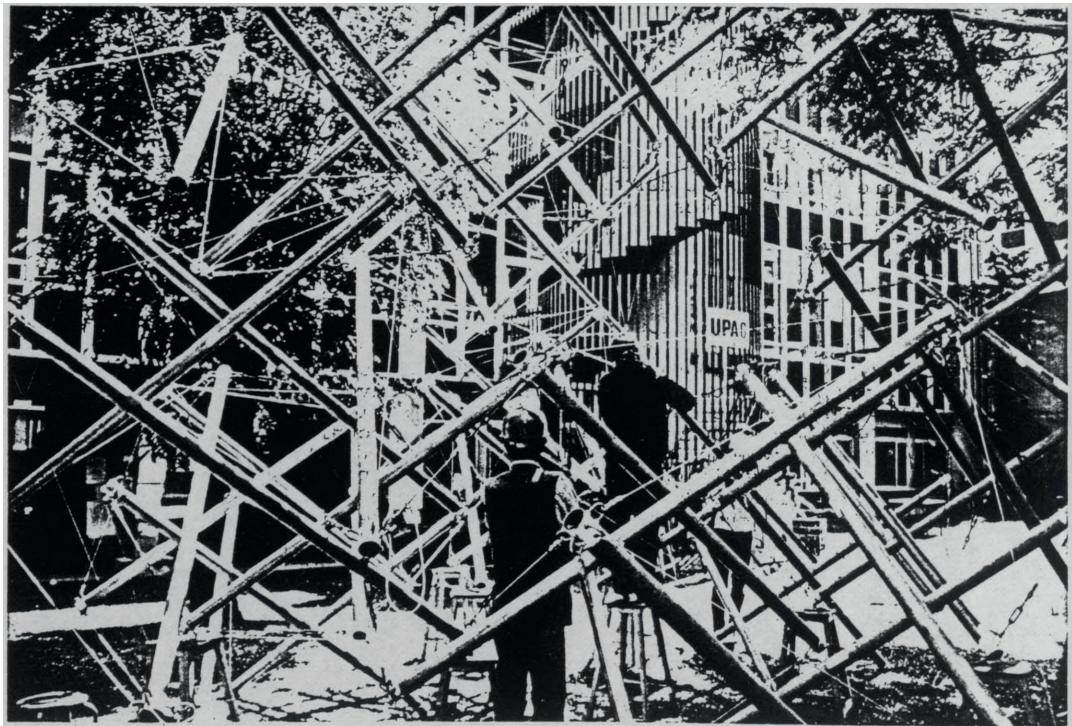


Fig. 1 : Montage d'un réseau autotendant à l'ENSA PLV. Emmerich

Partie 1

Des débuts ambitieux aux
développements disparates

1. Du monolithisme au tissage tridimensionnel

1.1. Chronologie des structures spatiales

L'histoire de la découverte des formes et de leurs caractéristiques intrinsèques débute principalement avec le recueil d'Euclide, *Éléments*, datant du début du III^{ème} siècle avant notre ère. Les livres XII et XIII regroupent les cinq polyèdres réguliers : le tétraèdre, le cube, l'octaèdre, l'icosaèdre et le dodécaèdre ainsi que le cône, le cylindre et la pyramide. Quelques années plus tard, Archimède décrit les polyèdres semi-réguliers et développe entre autres la notion de convexité qui s'applique aux solides qui contiennent tous les points d'un segment reliant deux points quelconques d'un solide. Ces découvertes suffisent à définir la géométrie élémentaire qui sera ensuite étudiée, représentée et utilisée dans divers arts. Il faudra ensuite attendre le XIX^{ème} siècle et le travail de Cauchy pour relier la rigidité d'un solide et sa géométrie. Les cristallographes de la même période conforteront le théorème mathématique de Cauchy en étudiant la résistance mécanique de certains cristaux. Ils découvrent entre autres que les caractéristiques macroscopiques de ces cristaux sont directement liées aux types d'empilements des atomes qui les composent. Nous observons, pour reprendre les termes d'Emmerich, que « dans le monde de la matière, la forme se révélait être le fond »¹.

Le premier bâtisseur à s'emparer de ces découvertes est le célèbre architecte Viollet-le-Duc (1814-1879) qui, à la fin du XIX^{ème} siècle, introduit notamment dans ses dessins des coupoles en formes de polyèdres (Fig. 2) qui mêlent maçonnerie et éléments de ferronnerie standards. Ensuite, l'inventeur du téléphone Alexander Graham Bell (1847-1922) fut l'un des premiers à fabriqué dans les années 1900 des structures spatiales avec des cellules tétraédriques (Fig. 3). Les structures spatiales connaîtront un essor considérable tout au long du XX^{ème} siècle. Emmerich développe à son tour le principe des structures autotendantes, porté par trois principes : « industrialisation, standardisation et répétitivité »². Des éléments légers, universels, assemblés sans nécessiter d'échafaudage, et surtout, au potentiel formel quasi infini.

1 EMMERICH, D. G., *Equipartitions 2*, ENSA PLV, 1987, p. 15.

2 BRAYER, M. A., *Architectures expérimentales (1950–2012)*, HYX, 2013, p. 236.

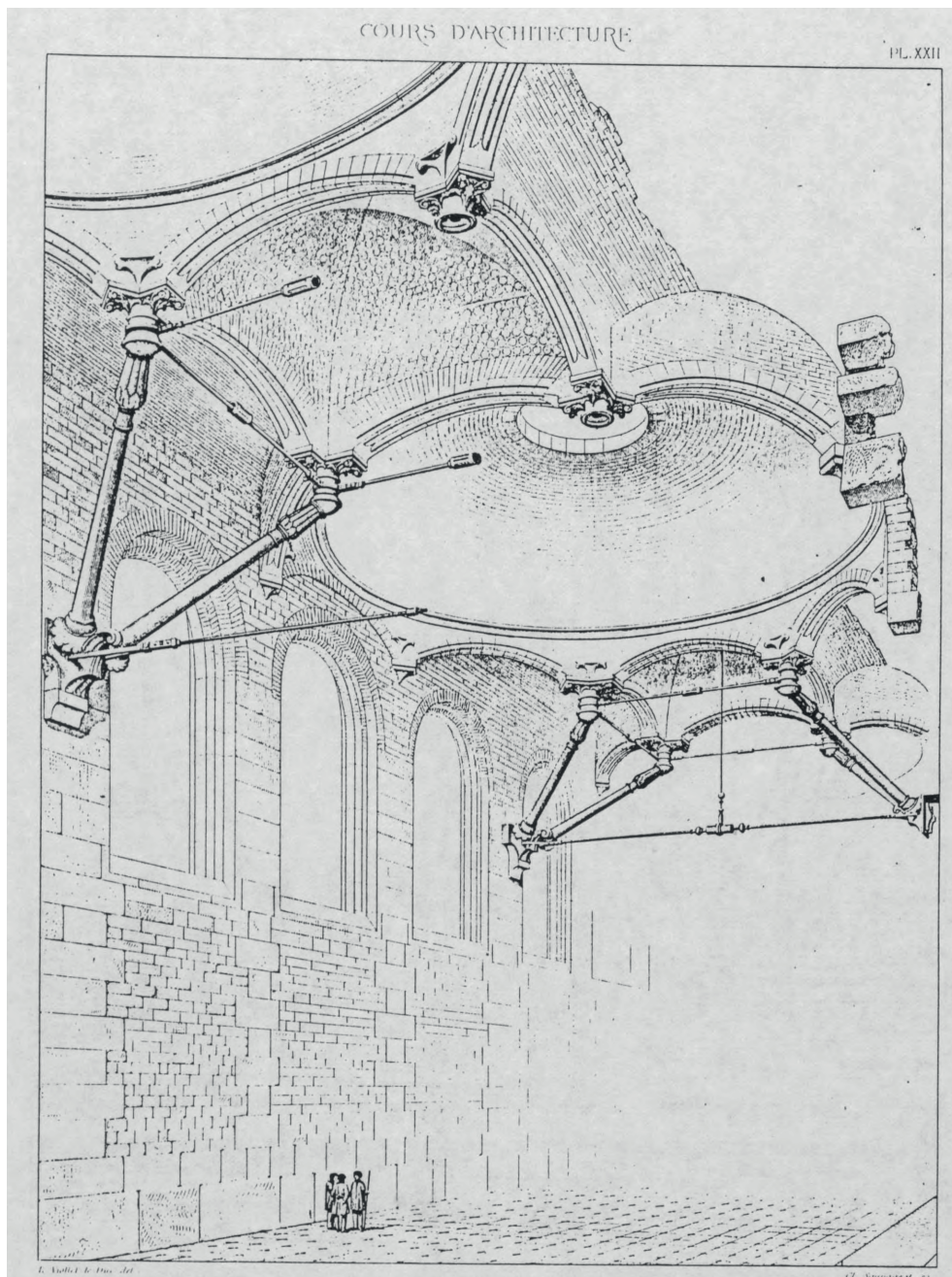


Fig. 2 : Fermes polyédriques. Viollet-Le-Duc.



Fig. 3 : Cerf-volant à maille tétraédrique. Graham Bell (à droite sur la photo). 1908.

1.2 Premières définitions

Les brevets déposés par Emmerich, Snelson et Fuller donnent une bonne première compréhension des systèmes autotendants. Selon Fuller :

« L'essence de mon invention consiste en la découverte de la manière de réduire l'aspect de la compression dans une structure pour que, dans une mesure encore inégalée auparavant, la structure aura l'aspect d'une tension continue et la compression sera réduite pour que les barres comprimées deviennent de petits îlots dans un océan de tension»¹.

Selon Snelson :

« L'invention présente concerne les structures et plus particulièrement à un nouveau et amélioré type de structure composé d'éléments longs placés séparément soit en tension soit en compression pour former un treillis, les éléments en compression étant séparés les uns des autres et les éléments en tension étant reliés pour former un réseau continu en tension»².

Selon Emmerich :

« En principe, une structure se compose d'un ou plusieurs solides polyédriques, chacun constitué d'un groupe de barres et de tirants. Le rôle des polyèdres pourrait être comparé à celui des hourdis d'un plancher ou d'une voûte; en en organisant un nombre quelconque en plan ou en volume, on obtient un réseau autotendant. Selon l'invention, les polyèdres sont des équilibres. Selon l'invention, la construction se caractérise essentiellement par le fait qu'on utilise pour la confection des polyèdres constituant les réseaux deux sortes d'éléments de base : des barres et des tirants»³.

Des trois définitions apportées nous retenons que Fuller tient à réduire l'"aspect" de la compression. Le titre de son brevet 'Tensile-integrity structures' met en avant le rôle de la tension et il est le seul des trois à présenter des structures sphériques en tenségrité.

Snelson définit les structures autotendantes de 'treillis', ce qui donne une indication du fonctionnement structurel. Etant donné le scepticisme de Snelson⁴ quant à une application constructive des autotendants, il est intéressant de lire qu'il perçoit son système comme étant 'amélioré' par rapport aux types structurels classiques. Contrairement à Fuller, le titre de son brevet, 'Continuous tension discontinuous compression structures', souligne l'importance de la dualité compression-tension qu'il ne cessera d'explorer.

Finalement, pour Emmerich, les autotendants sont d'abord une interprétation des solides

1 BUCKMINSTER FULLER, R., *Tensile-integrity structures* (3,063,521), United States Patent Office, 1962.

2 SNELSON, K., *Continuous tension, discontinuous compression structures* (3,169,611), United States Patent Office, 1965.

3 EMMERICH, D.-G., *Construction de réseaux autotendants* (FR1377290), INPI, 1964.

4 SNELSON, K., « Lettre à Motro, R. », *International Journal of Space Structures*, 1990.

Nov. 13, 1962

R. B. FULLER
TENSILE-INTEGRITY STRUCTURES

3,063,521

Filed Aug. 31, 1959

13 Sheets-Sheet 1

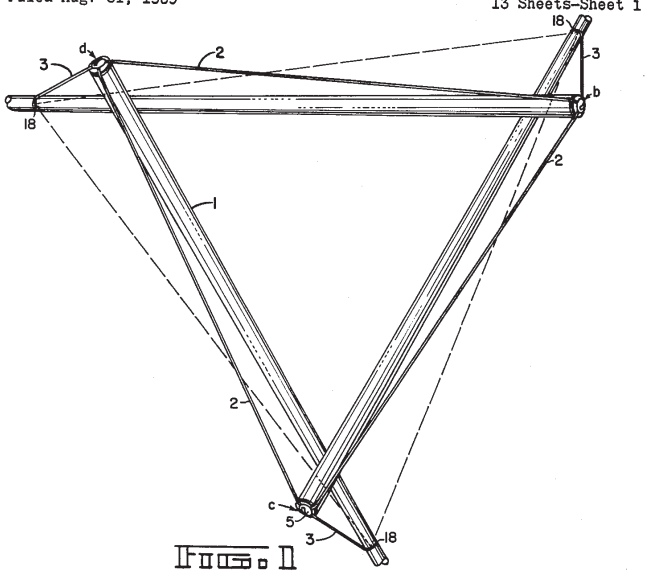


Fig. 4 : Antiprisme à base triangulaire. Brevet déposé par Fuller, délivré en 1962.

Feb. 16, 1965

K. D. SNELSON

3,169,611

CONTINUOUS TENSION, DISCONTINUOUS COMPRESSION STRUCTURES

Filed March 14, 1960

9 Sheets-Sheet 8

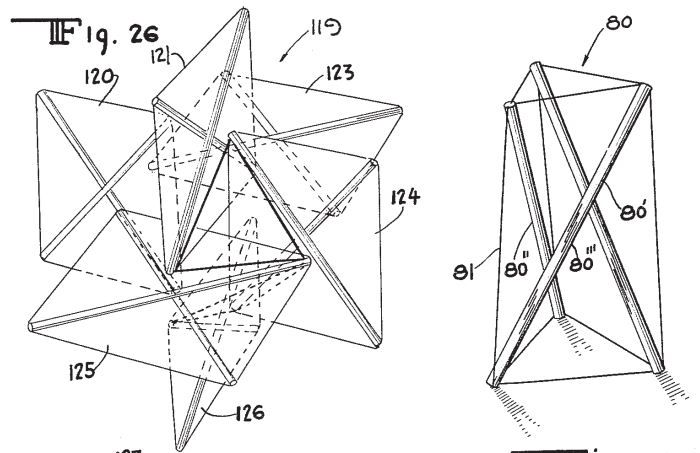


Fig. 5 : Antiprisme à base triangulaire. Brevet déposé par Snelson délivré en 1965.

N° 1.377.290

M. Emmerich

Pl. unique

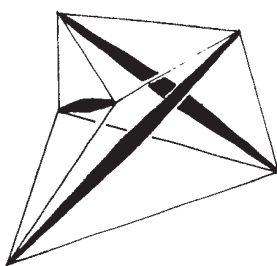


FIG. 1.

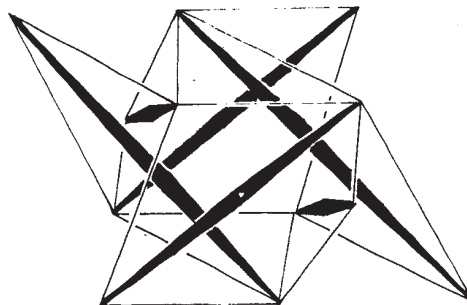


FIG. 2.

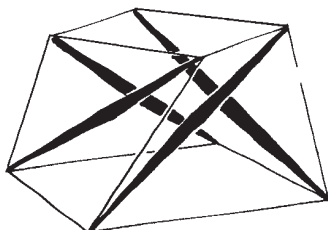


FIG. 3.

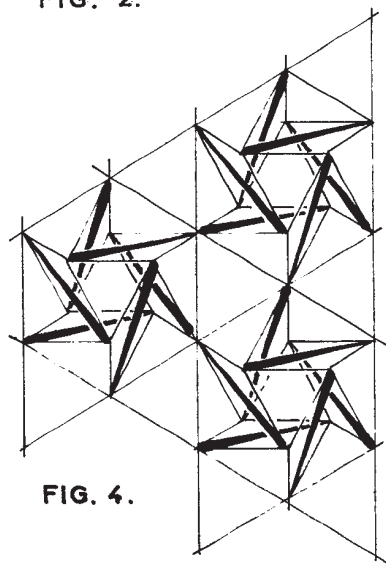
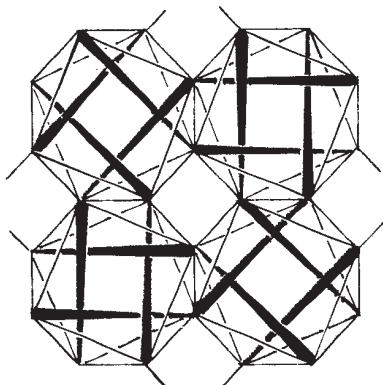


FIG. 4.

Fig. 6 : Planche antiprismes et réseaux. Brevet déposé par Emmerich délivré en 1964.

polyédriques. Cette interprétation est composée de barres et de câbles en 'équilibre'. Nous comprenons aussi que ces polyèdres sont assemblés comme des modules qui forment un réseau. Le titre du brevet d'Emmerich, 'Construction de réseaux autotendants', met également en avant la notion de réseau dont l'objectif clairement établi est de 'construire'.

A partir des brevets précédents, Motro a proposé sa définition qui précise le comportement structurel et qui nous semble plus adaptée aux objectifs du mémoire :

«Un système en tensegrité est un système dans un état stable auto-équilibré comprenant un ensemble discontinu de composants comprimés à l'intérieur d'un continuum de composants tendus»¹.

Motro présente les notions d'auto-équilibre et de stabilité qui seront précisés ultérieurement (Partie 1. Chapitre 3. §1).

2. Catégoriser les systèmes autotendants

2.1 Simplex autotendants

Le point de départ des structures autotendantes est la mise en équilibre d'un ensemble de points. Or, « l'équilibre d'un point dans l'espace étant défini par au moins quatre forces non coplanaires, en principe, trois tirants et une barre de compression seulement sont incidents à un sommet »². Nous comprenons que la mise en équilibre des points devient alors une question géométrique. Emmerich identifie quatre types de simplex tendus (non forcément autotendants). Il s'agit d'abord des 'roues de bicyclettes', ensuite des 'parapluies', les 'stellations' (dont les barres se rejoignent au centre) et finalement des 'stellations antiprismatiques'. Ces éléments tendus ne sont pas à proprement dits autotendants mais donnent une indication sur la manière de mettre en équilibre un point dans l'espace (Fig. 7 et 8).

Les quatre catégories citées précédemment sont suivies de quatre autres catégories autotendantes élémentaires : la 'bi-roue de 'bicyclette', la 'toupie', l'hélice' et l'antiprisme. De

1 MOTRO, R., *Tensegrity : Structural Systems for the Future* (1re éd.), Butterworth-Heinemann, 2006, p. 19.

2 EMMERICH, D. G., *Monographies de géométrie constructive : Structures tendues et autotendantes (tome 1). Equipartitions 1. Tessellations et réseaux planaires (tome 2)*, [Rapport de recherche] 521/88, Ministère de l'environnement et du cadre de vie / Comité de la recherche et du développement en architecture (CORDA); Ecole nationale supérieure d'architecture de Paris-La Villette, 1977, hal-01903237, p.66.

catégorie en catégorie, il suffit de supprimer un certain nombre de barres ou de câbles pour aboutir au système autotendant minimal (qui nécessite le moins de barres et de câbles). L'antiprisme à base triangulaire est ainsi le simplex autotendant élémentaire. Ce dernier est obtenu à partir d'un prisme triangulaire dont les bases supérieures et inférieures sont tournées par rapport à l'axe du prisme. Les barres relient les sommets de chaque base de manière à former les diagonales des faces. L'ajout progressif de barres permet d'obtenir l'antiprisme à base carrée, puis à base pentagonale etc.

2.2 Catégories topologiques

Emmerich¹ puis Pugh² ont catégorisé une grande partie des structures autotendantes en s'appuyant pour le premier sur la géométrie polyédrique et pour le second sur une catégorisation topologique. Emmerich a ainsi énuméré les solides polyédriques autotendants tandis que Pugh a distingué trois types d'autotendants : les configurations en diamant, en circuit et en zigzag.

La configuration en diamant (ou configuration rhombique selon Motro) correspond aux «figures dont les câbles sont disposés en diamant avec les barres définissant la grande diagonale de chaque diamant»³. L'antiprisme de la Fig. 9 est une configuration en diamant. Il est possible de détacher deux extrémités de barres d'une même arête pour 'dérouler' l'antiprisme à plat. L'antiprisme forme en effet une boucle fermée, qui une fois ouverte, peut être aplatie. Les arêtes des faces (délimitées par les câbles) forment alors les diamants identifiés par Pugh. En partant de la boucle aplatie, nous nous apercevons qu'il est possible d'ajouter des rangées de barres et câbles pour former des figures antiprismatiques de plus en plus hautes et complexes (Fig. 11) . Ces systèmes peuvent également être compris comme la superposition de plusieurs antiprismes. Emmerich les nomme mâts autotendants (Fig. 11). L'icosaèdre et le dodécaèdre, deux solides platoniques, peuvent également être obtenus avec une configuration en diamant (donc pouvant être monté à plat).

La configuration en circuit, comme son nom l'indique, est composée d'anneaux de barres tenus par un réseau de câbles. Cette configuration ne correspond pas, strictement parlant, à un système autotendant car les barres sont en continuité. En revanche, en considérant chaque anneau comme un élément unique comprimé, nous pouvons considérer que la

1 *Op cit.*, EMMERICH.

2 PUGH, A., *An Introduction to Tensegrity*, Amsterdam University Press, 1976.

3 *Ibid.*, p.25.

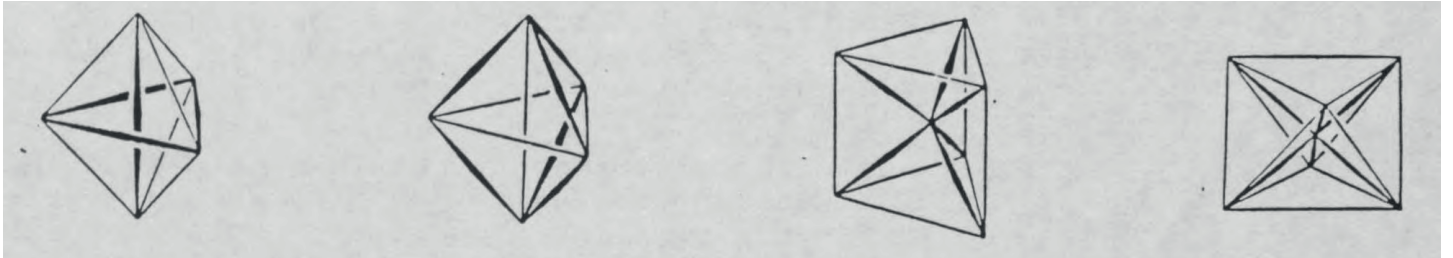


Fig. 7 : Simplex tendus de gauche à droite : roue de bicyclette, parapluie, stellation prismatique, stellation antiprismatique. Emmerich. 1977.

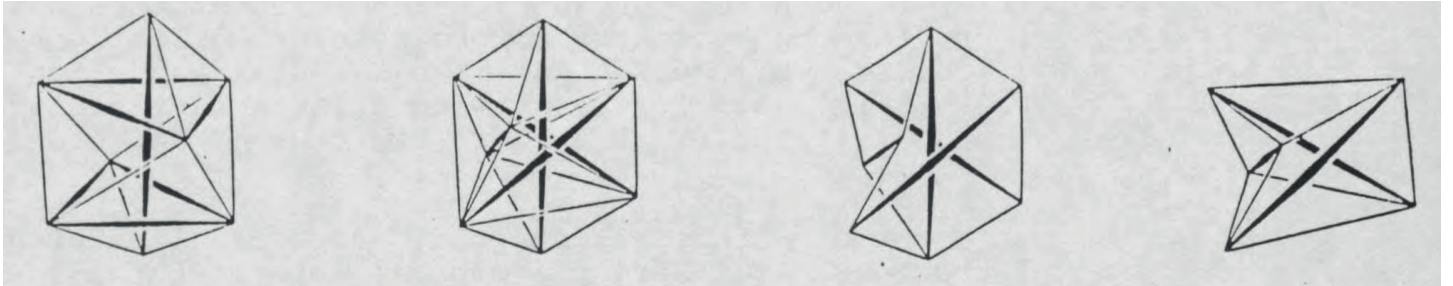


Fig. 8 : Simplex autotendants de gauche à droite : bi-roue de bicyclette, toupie, hélice, antiprisme. Emmerich. 1977.

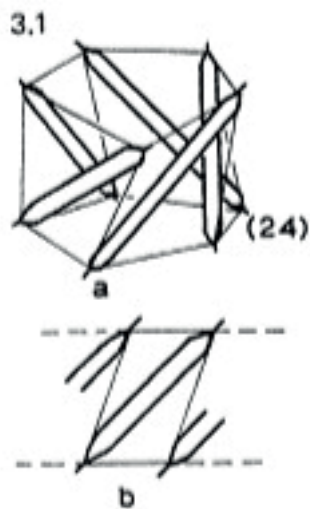


Fig. 9 : Antiprisme à base pentagonale. Figure en diamant. Pugh. 1976.



Fig. 10 : Principe de 'déroulage' d'une figure en diamant à deux colonnes. Pugh. 1976.

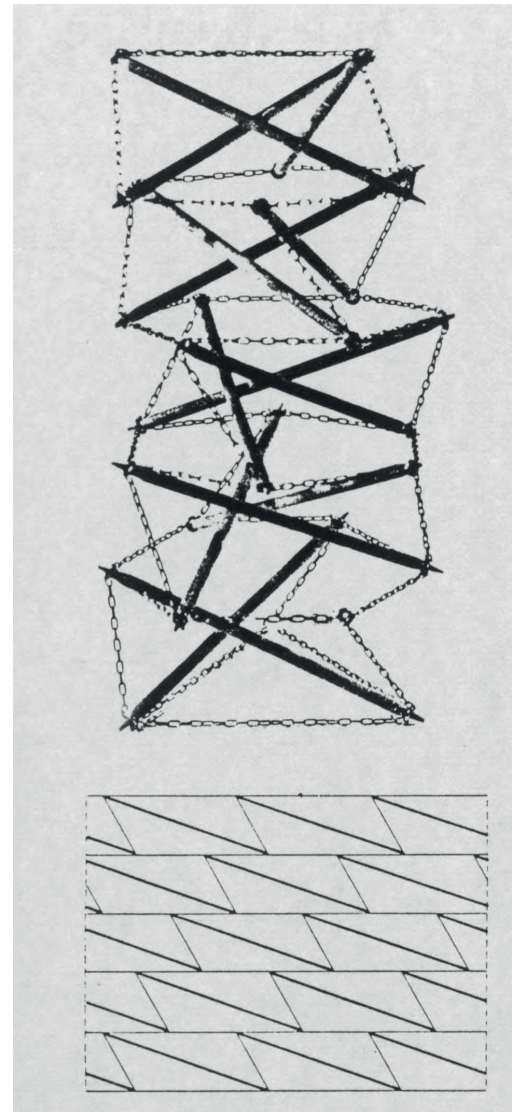


Fig. 11 : Mât autotendant à modules juxtaposés. Emmerich. 1977.

définition est respectée car les anneaux sont indépendants les uns des autres. Ces figures peuvent être obtenues à partir de figures en diamant, simplement en rapprochant les extrémités de deux barres voisines (Fig. 12). Selon Pugh, « les nœuds sont plus complexes mais deux fois moins nombreux et la figure est plus petite mais beaucoup plus robuste »¹. Les figures en circuit forment des polyèdres dont quatre arêtes se rejoignent en chaque nœud. Ainsi, étant donné que quatre solides archimédiens (cuboctaèdre, icosidodécaèdre, petit rhombicuboctaèdre et le petit rhombicosidodécaèdre) correspondent à cette définition nous savons qu'ils peuvent être construits en circuit. De plus, ces figures étant en circuits, nous savons que nous pouvons les utiliser pour former des figures en diamant. Ainsi, les caractéristiques géométriques de chaque configuration peuvent servir de base pour fabriquer un premier modèle que nous pouvons faire évoluer en appliquant les principes précédents.

Le dernier type de configuration est celle en zigzag que Pugh définit ainsi : « une tenségrité de type Z est telle que les deux extrémités d'une barre ne sont séparées que par trois câbles »². Les figures en zigzag peuvent être obtenues à partir des figures en diamant en ajoutant un câble pour former la petite diagonale du diamant puis en retirant deux arêtes qui se font face (Fig. 13). Ainsi à partir de l'icosaèdre (figure en diamant), nous appliquons cette règle qui modifiera l'aspect global pour former un tétraèdre tronqué. De manière générale, nous observons qu'en chaque nœud, trois câbles se rejoignent pour former les arêtes d'un polyèdre. Or, sept des treize solides archimédiens correspondent à cette description. Pugh montre que ces solides peuvent être montés avec une configuration en zigzag. Réciproquement, nous comprenons qu'à partir de ces solides nous pouvons former des équivalents en diamant et donc en circuit.

Les configurations citées précédemment permettent donc de retrouver une multitude de polyèdres et de fabriquer de nouvelles figures par ajout ou retrait de câbles et de barres.

2.3 Les types d'assemblages

Les configurations décrites précédemment permettent d'aboutir à des solides autotendants élémentaires qui peuvent ensuite être juxtaposés de différentes manières pour former des structures plus grandes. Les assemblages considérés dans cette partie sont donc

1 *Op cit.*, PUGH, p. 29.

2 *Op cit.*, PUGH, p.45

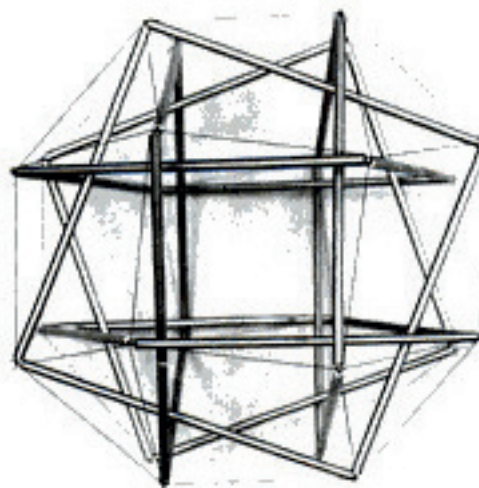
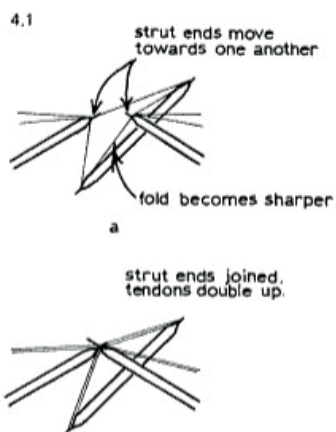


Fig. 12 : Principe d'assemblage d'une configuration en circuit à partir d'une configuration en diamant (haut).
Petit rhombicuboctaèdre en circuit (droite). Pugh. 1976.

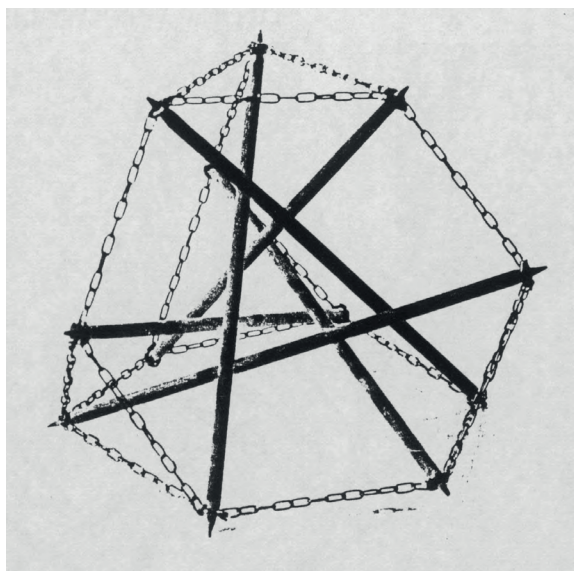
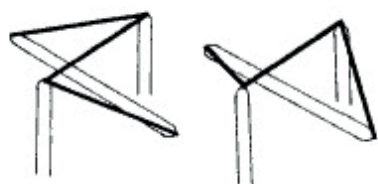


Fig. 13 : Principe d'assemblage d'une configuration en zigzag à partir d'une configuration en diamant (haut).
Tétraèdre tronqué en zigzag (droite). Pugh. 1976.

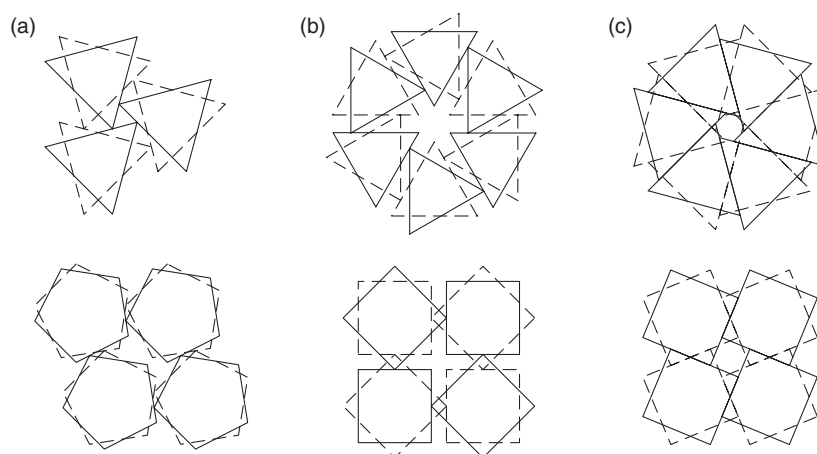


Fig. 14 : Méthodes d'assemblages sans continuité de modules antiprismatiques.
(a) et (b) nœud à arête. (c) arête à arête. Wang. 2019.

les assemblages de modules de tensegrité entre eux, et non de barres/câbles entre eux. Emmerich est le premier à avoir exploré les différents types d'assemblages en les catégorisant par rapport au contact entre les barres comprimées : les assemblages par contact, semi-contact et sans contact. Selon Wang, le chercheur Ariel Hanaor (1943-) a précisé les assemblages en contact et sans contact¹.

Les assemblages sans contact, caractérisés de tensegrité pure, se déclinent selon trois méthodes : nœud à arête (Méthode Ia), nœud à arête (Méthode Ib) et arête à arête (Méthode II) (Fig. 14). Dans le cas des assemblages avec continuité, deux méthodes existent : nœud à nœud (Méthode I) et nœud et arête (Méthode II). Nous précisons ultérieurement la méthode appliquée dans notre cas.

Les méthodes ont été définies par Hanaor dans l'objectif d'étudier leur influence structurelle. Elles ont été appliquées majoritairement à l'assemblage d'antiprismes autotendants (donc de type diamant), et nous n'avons pas de certitude que ces méthodes soient applicables à d'autres configurations topologiques.

Les études menées par Emmerich révèlent une richesse de types d'assemblages qui ne semblent pas avoir été étudiées d'un point de vue structurel. Emmerich a ainsi développé les assemblages de modules par juxtaposition, entrelacement et interpénétration avec à chaque fois des possibilités de barres en contact, semi-contact (une seule extrémité en contact) et sans contact. Chaque type d'assemblage peut être utilisé pour composer une des quatre catégories formelles développées : les mâts, les tores, les réseaux et les empilements. Sa *Monographie de géométrie constructive : Structures tendues et autotendantes* regroupe ainsi 155 différents systèmes autotendants sans compter les solides polyédriques élémentaires. Le potentiel de ces multiples formes d'assemblages est précisé dans la Partie 2. Chapitre 3.§ 1.

2.4 Les variantes

Emmerich, Fuller et Snelson ont continué d'explorer tout au long de leur vie le potentiel formel des structures autotendantes. Peu de nouvelles forment autotendantes sont apparues depuis leurs premières recherches. Deux variantes se sont distinguées : les autotendants à membrane et les autotendants à plaques. Emmerich a présenté quelques principes de

¹ WANG, B., *Free-Standing Tension Structures : From Tensegrity Systems to Cable-Strut Systems*, CRC Press, 2019, p. 44.

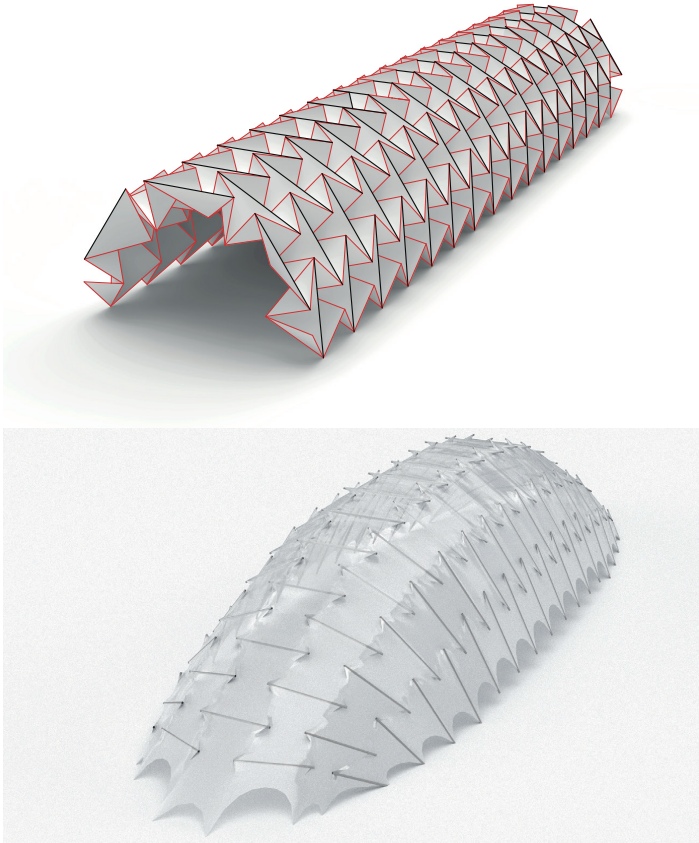


Fig. 15 : Explication du pavillon MOOM. Feng. 2019.



Fig. 16 : Tente géodésique utilisée pour l'ascension de l'Everest. Gillis.

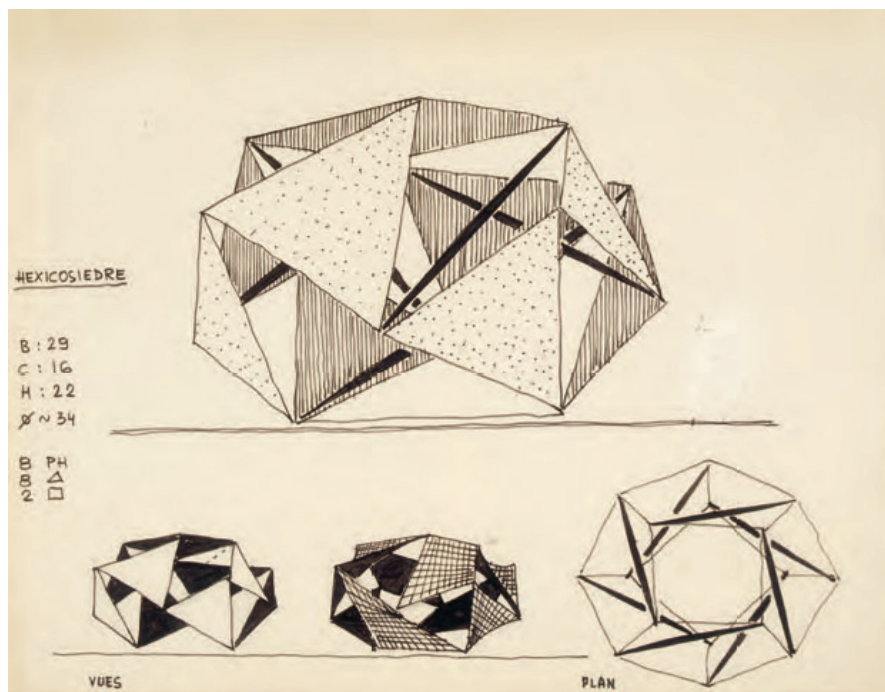


Fig. 17 : Concepts barres/membrane élastique. Parois rigides et réseau tendu. Paraboloïdes hyperboliques. Emmerich. 1967.

modèles à membrane ou à plaques à partir de 1967 (Fig. 17) mais il faudra attendre le travail de Bob Gillis (1976), étudiant d'Anthony Pugh, pour voir plusieurs systèmes de tentes en tensegrité apparaître.

Gillis a déposé 18 brevets de systèmes de tentes géodésiques et autotendantes qui ont révolutionné l'industrie des tentes. Il a développé, à partir de 1975, la première tente géodésique. L'intelligence de son système consiste à reporter le réseau d'éléments tendus à l'intérieur des éléments comprimés¹. Le réseau d'éléments tendus peut ensuite être remplacé par une membrane élastique pour obtenir un volume fermé (Fig. 16). Les barres étant à l'extérieur du système et en continuité, le système n'est pas à proprement parlé une tensegrité mais il utilise le même principe structurel de dissociation des éléments en compression et en tension.

Le MOOM pavillon, conçu par Kazuhiro Kujima en 2011, utilise les principes de la tensegrité plus spécifiquement. Une surface cylindrique a été décomposée en maillage de type Waterbomb² puis pliée à la manière d'un origami. L'étude de la répartition des arêtes de l'origami et de son fonctionnement a permis d'identifier les lignes continues/discontinues qui composent les éléments tendus/comprimés (Fig. 15). Cette réflexion par maillage a également été menée par Emmerich, qu'il nomme tessellations. La notion de pliage a cependant été plus développée par Snelson. Récemment, Feng a présenté plusieurs méthodes pour concevoir des structures autotendantes à membrane³.

Finalement, Emmerich a dessiné deux concepts (Fig. 17) d'autotendants à plaques. Le premier utilisant un réseau tendu et des plans rigides. Le second ne semble pas utiliser de réseau tendu, mais des surface rigides à double courbure (paraboloïde hyperbolique). Récemment, le chercheur Andreas Falk a publié ses travaux sur l'intégration de plans en bois lamellé croisé dans des modules autotendants. Les modules qu'ils présentent, avec un mât central, présentent l'intérêt de pouvoir supprimer certains câbles. Les éléments autotendants restent assemblés en module qui peuvent aboutir à des formes variées (

1 GILLIS, B., « Early Dome And Tent Structure Designs », *Shelter Systems*, Razorfrog Web Design, 2017, <https://shelter-systems.com/plans/history/>

2 FENG, Y., *Design of Freeform Membrane-Tensegrity Structure*, Aalto University, 2019.

3 *Ibid.*

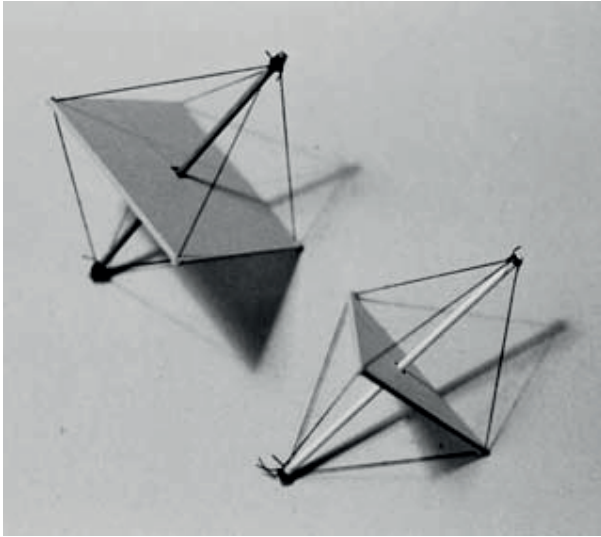


Fig. 18 : Module autotendant à plaque. Falk. 2005.

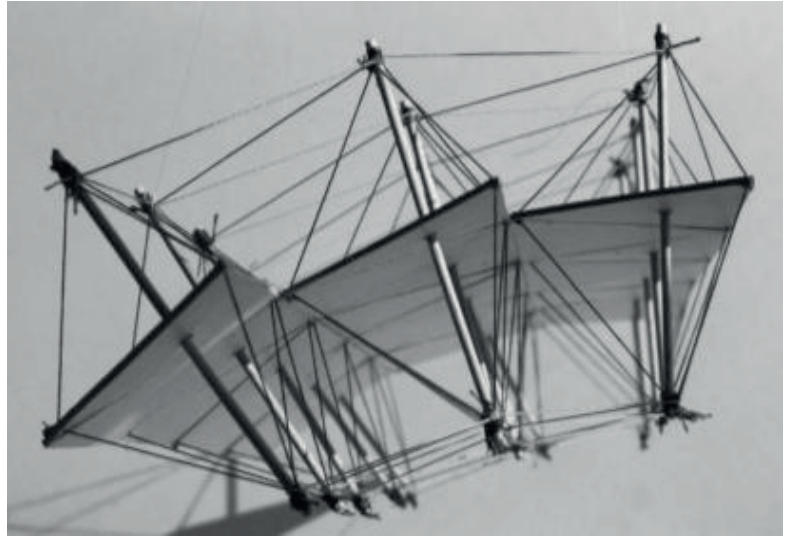


Fig. 19 : Assemblage de modules autotendants à plaque. Falk. 2005.

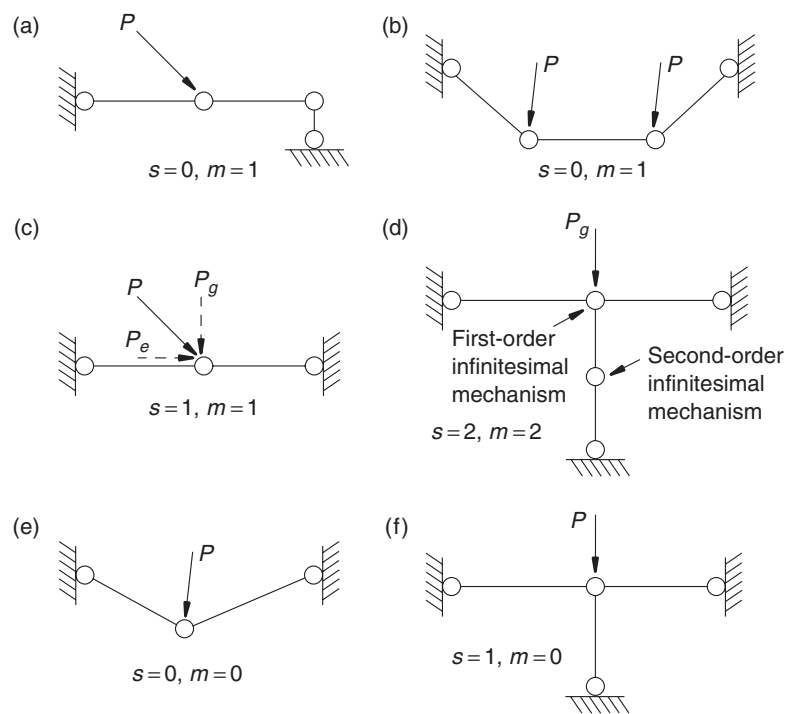


Fig. 20 : Schémas statiques de structures. m : mécanisme infinitésimal s : état d'auto-contrainte

(a) et (b) structures déformables ($m-s > 0$)

(c) et (d) structures flexibles ($m-s = 0$)

(e) et (f) structures rigides ($m = 0$)

Wang. 2001.

3. Comprendre une structure autotendante

3.1 L'équilibre et la stabilité

La définition de Motro citée précédemment indique que les autotendants sont constitués d'«un ensemble discontinu de composants comprimés à l'intérieur d'un continuum de composants tendus». Le célèbre ingénieur italien Mario Salvadori (1907-1997) n'a pas manqué d'exprimer son scepticisme quant au principe des autotendants : « dès l'instant où vous me dites que les éléments comprimés sont à l'intérieur du système de tension, je peux vous dire que je sais faire une meilleure poutre que vous »¹. Dix ans plus tôt, Emmerich proclamait au sujet des autotendants :

« Il s'agit, en effet, de pouvoir construire des édifices et des ossatures montables et démontables facilement, utilisant à volume et stabilité égaux un dixième du poids des matériaux nécessaires à la construction des bâtiments actuels »².

Pour comprendre pourquoi ce postulat d'Emmerich n'est pas vrai pour toute structure autotendante, revenons au principe des structures réticulées. De manière générale, les systèmes réticulés peuvent être déformables, flexibles ou rigides³. Un système déformable (Fig. 20 (a) et (b)) n'est en général pas considéré comme une structure car il se déforme sous la moindre force extérieure. Un système flexible (Fig. 20 (c) et (d)) n'est a priori pas en équilibre non plus mais il est capable de se déformer pour arriver à une position d'équilibre, on parle alors d'état d'auto-contrainte, ou d'auto-équilibre. Dans le cas d'un système rigide (Fig. 20 (e) et (f)), aucun déplacement n'est observé, la structure est stable et les efforts peuvent être égaux aux forces extérieures ou supérieurs si une forme de pré-contrainte est introduite.

La distinction des systèmes flexibles et déformables est primordiale car le premier peut exister comme structure, le second est un mécanisme. Pour catégoriser mathématiquement ces structures, Calladine (1978) et Pellegrino (1986) ont développé le concept de 'mécanisme infinitésimal'. Un mécanisme (rotation, translation ou une combinaison des deux) est dit infinitésimal s'il n'est accompagné d'aucune modification de la longueur des éléments⁴. Ces

1 SNELSON, K., « Lettre à Motro, R. », *International Journal of Space Structures*, 1990.

2 EMMERICH, D. G., *Systèmes stéréométriques et structures autotendantes*, [Rapport de recherche], Ministère de l'environnement et du cadre de vie. Ecole nationale supérieure d'architecture de Paris-La Villette, 1979, p. 7.

3 WANG, B., *Free-Standing Tension Structures : From Tensegrity Systems to Cable-Strut Systems*, CRC Press, 2019, p. 44.

4 CALLADINE, C. R., *Buckminster Fuller's Tensegrity structures and Clerk Maxwell's rules*

déplacements restent localement faibles et ne sont pas à confondre avec des mécanismes finis qui entraînent des déplacements globaux. Parallèlement, ces auteurs ont développé la notion d'auto-contrainte qui apparaît potentiellement avec l'activation de mécanismes infinitésimaux. Par exemple, en construisant un prisme autotendant on s'aperçoit que la base supérieure doit être tournée légèrement pour que le prisme soit stable (le prisme devient alors un antiprisme). Cette rotation relative est un mécanisme qui finit par se stabiliser et qui entraîne l'apparition d'un léger effort dans les barres. Cet effort n'est pas lié aux conditions d'appuis mais seulement à la géométrie du système. Nous obtenons ainsi une structure auto-contrainte, ou pour reprendre le terme d'Emmerich, autotendante.

L'état auquel nous parvenons en activant ce mécanisme infinitésimal est appelé équilibre. La structure ne subit aucune force extérieure pour parvenir à cet état d'équilibre. L'autre notion caractéristique des structures réticulées est la stabilité. Les structures subissent une diversité d'actions extérieures qui vont à la fois modifier les efforts internes et sa géométrie (en la déformant légèrement). Une structure est donc stable si elle reste en équilibre quelque soit les actions extérieures subies. L'équilibre à proprement dit concerne uniquement la géométrie du système, la stabilité implique les forces extérieures. L'étude de la stabilité des autotendants est complexe, nous ne développons pas davantage ce point qui est expliqué par Zhang¹.

3.2 « Démystifier la tensegrité »²

Hanaor est réputé pour avoir proposé une classification structurelle des principes d'assemblages d'autotendants antiprismatiques. En 2012, il rédige un article polémique qui critique l'intérêt pour les structures autotendantes. Il résume ses décennies d'études sur les structures autotendantes :

« A partir du milieu des années 90', mes recherches m'ont convaincu de conclure que ce concept structurel était fondamentalement inefficace. Je dois préciser que non seulement ce résultat ne m'a pas déçu mais je le considère comme le plus signifiant de mes accomplissements »³.

for the construction of stiff frames, ScienceDirect, 1978, <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0020768378900525>.

1 ZHANG, J. Y., OHSAKI, M., *Tensegrity Structures : Form, Stability, and Symmetry* (Mathematics for Industry Book 6) (2015e éd.), Springer, 2015.

2 HANAOR, A., « Debunking 'Tensegrity' - a personal perspective », *International Journal of Space Structures*, IASS, Vol. 27, 2012.

3 *Op cit.*, HANAOR, p. 179.

Hanaor justifie cette conviction principalement à partir de résultats structurels (notamment les siens) qui prouvent que les autotendants ne sont pas plus légers que des charpentes métalliques classiques. La raison principale de ces résultats est le caractère flexible des autotendants (sans continuité des barres). En effet, la plupart des systèmes autotendants sans continuité des barres sont des systèmes flexibles qui peuvent être stables mais qui ne sont pas rigides. Pour annuler davantage les mécanismes infinitésimaux il est possible d'ajouter des câbles, mais en fonction des actions extérieures certains câbles vont se relâcher et cela va revenir à une perte de rigidité. La seconde possibilité est d'introduire une pré-tension dans l'ensemble des câbles pour anticiper le relâchement des câbles. Cette pré-tension augmente la rigidité globale mais augmente également les efforts internes ce qui va conduire à des sections plus importantes (et une perte d'efficacité structurelle).

Finalement Hanaor perçoit un potentiel pour les structures autotendantes dans certaines applications spécifiques : les structures déployables, l'exploration spatiale, les autotendants actifs et les œuvres d'arts.

Les structures autotendantes ont représenté pour de nombreux architectes l'aboutissement d'un siècle de progrès dans le développement de structures spatiales. A ce stade nous avons vu que les autotendants permettent de concevoir une grande diversité de formes, avec la possibilité de modulariser, à partir d'éléments standard, des ensembles complexes. Sur le plan constructif, les autotendants sont autostables et démontables. Finalement, les études structurelles, qui ont difficilement débuté à partir des années 80', ont révélé la limite de ces structures, leur rigidité illusoire.

La partie suivante explore le potentiel constructif de structures autotendantes qui s'affranchissent de la nécessité de la discontinuité des barres.

Partie 2

Évaluer la faisabilité d'une
structure autotendante

La multiplicité des types de structures autotendantes, des modèles d'analyse et des outils de modélisation nous révèlent le potentiel conceptuel des structures autotendantes. Néanmoins il nous semble qu'une comparaison, établie sur des critères objectifs et numériques, manque pour caractériser les différents avantages et inconvénients de chaque structure. L'objectif de cette seconde partie est donc d'une part de définir une série de critères structurels, constructifs et architecturaux, et d'autre part, d'évaluer leur validité en les appliquant à une structure autotendante tridimensionnelle.

1. Définition des critères de comparaison

1.1. Évaluation de la rigidité géométrique

Comme expliqué précédemment (Partie 1, Chapitre 3, §1), les structures autotendantes sont des structures réticulées composées de barres et de câbles capables de reprendre uniquement des efforts axiaux (compression ou traction). Ces structures peuvent toutes être étudiées en calculant le nombre d'états d'auto-contrainte¹ (s) et de mécanismes (m). Pour rappel, une structure qui comporte des mécanismes et susceptible de se déformer de manière à atteindre ou non un état d'auto-contrainte. Ainsi, pour résumer :

- Si $s > 0$, $m > 0$: système géométriquement déformable ($m > s$) ou flexible ($m = s$).
- Si $s = 0$, $m = 0$: système géométriquement rigide.²

Cette étude de rigidité, pouvant être appliquée à une grande diversité de structures réticulées (filets de câbles, charpentes métalliques, structures tendues...), est essentielle pour obtenir une première caractérisation des structures étudiées et pour les placer dans le paysage des structures spatiales. Notre recherche portant sur la comparaison de principes d'assemblages de simplex autotendants, il sera également intéressant de comparer la rigidité d'un seul simplex autotendant avec celle de plusieurs simplex joints de différentes manières.

1.2. Efficacité structurelle

L'efficacité structurelle est définie comme étant « inversement proportionnelle au poids de la structure nécessaire pour rester dans la limite, à la fois de la résistance mécanique des

1 La notion d'auto-contrainte est traduite de l'anglais «self-stress».

2 Les structures autotendantes hybrides avec des plaques devront être étudiées séparément quant à leur rigidité.

matériaux, et des déformations maximales acceptables pour tel type de structure»¹. Nous comprenons alors que plus une structure est lourde, moins elle est efficace. Cette définition nous permet de souligner plusieurs paramètres qui vont influencer l'efficacité structurelle, paramètres que nous allons définir à partir des recommandations des Eurocodes² :

- Le type de structure : les structures autotendantes sont des structures réticulées. Dans l'objectif de rendre constructible ces structures, nous envisagerons des éléments de tailles standards pour l'industrie de la construction. L'ensemble formera un système composé de 3x3x3 modules de manière à former un volume d'ensemble. Cette configuration permettra également d'étudier l'influence de différents types d'assemblages entre modules voisins sur une même rangée ou colonne. Les modules seront composés de barres d'une même taille, avec des câbles de longueur différente. De cette manière, nous parviendrons à comparer le volume générer par rapport aux nombres d'éléments et à leurs dimensions.

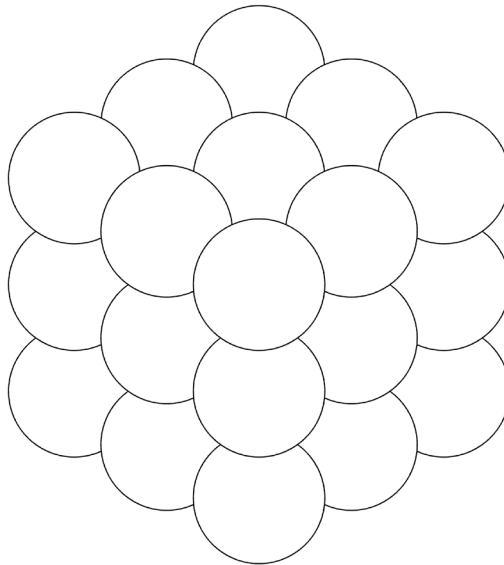


Fig. 21 : Système de maillage tridimensionnel choisi, illustration de l'auteur

1 WANG, B., *Free-Standing Tension Structures : From Tensegrity Systems to Cable-Strut Systems*, CRC Press, 2019, p.62.

2 Codes européens de conception et de calcul des ouvrages,

Définition des critères de comparaison

- Les forces appliquées : l'Eurocode 1¹ définit l'ensemble des forces extérieures à prendre en compte pour le dimensionnement d'un ouvrage. Nous considérons que les charges appliquées correspondent à un bâtiment de logement² :
 - Les charges verticales sont appliquées sur chaque rangée de manière à simuler l'action d'un plancher.³ Ces charges se décomposent en charges permanentes et en charges d'exploitation. Les charges permanentes contiennent le poids propre de la structure et le poids des planchers, cloisons et façades. Les charges d'exploitation constituent le poids des personnes qui utilisent les espaces et les équipements qu'elles pourraient ajouter.
 - Les charges horizontales sont appliquées sur l'enveloppe générée. Il s'agit de la pression induite par le vent. Considérant que le système est fermé, dans le cas d'une pression positive sur une des faces de l'enveloppe, nous observons alors une pression négative sur l'ensemble des autres faces. La figure 22 résume ces points.

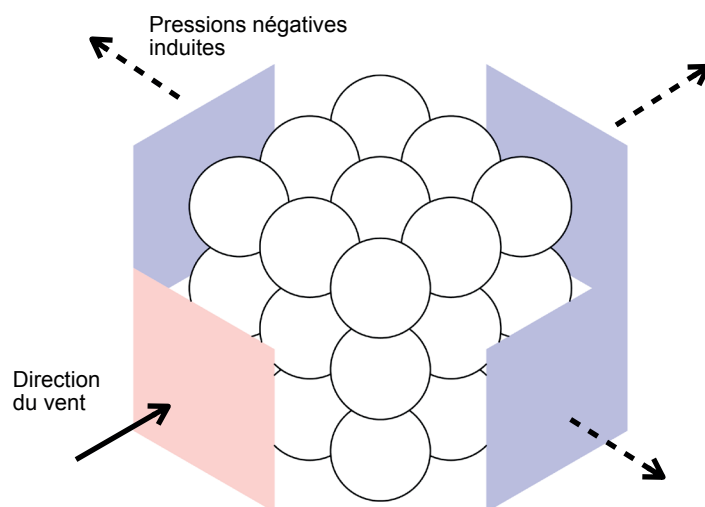


Fig. 22 : Efforts de pression et de dépression s'exerçant sur un volume fermé, illustration de l'auteur

1 NF EN 1991-1, *Eurocode 1 - Actions sur les structures*, Indice de classement : P06-111-1, 3^{ème} tirage (novembre 2009).

2 Les effets de la dilatation thermique, les études dynamiques et la prise en compte des tolérances et imperfections de fabrication sont évoquées en Partie 2.Chapitre 4. mais ne sont pas étudiées dans le cas d'étude

3 Une étude plus approfondie sur le positionnement idéal des planchers par rapport à la géométrie des simplex pourrait être menée.

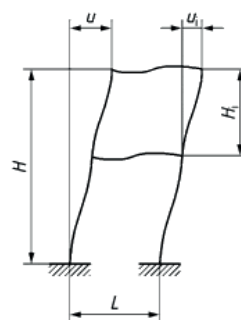
- Le matériau : son choix est primordial pour réduire globalement le poids de la structure en optimisant le ratio capacité structurelle/poids volumique. Pour transférer efficacement les efforts entre éléments d'un même nœud, il faut néanmoins choisir un matériau suffisamment homogène et résistant localement. Ainsi, de manière à rester dans un cadre d'application commun pour des structures réticulées, nous allons dimensionner les éléments pour qu'ils soient fabriqués en acier. Ce dernier étant un matériau isotrope et homogène le dimensionnement des assemblages influence peu la section des éléments.
- Les coefficients de sécurité appliqués : l'Eurocode 0¹ définit les coefficients de sécurité à utiliser pour les matériaux, et pour la combinaison d'actions. Ces coefficients ont été déterminés par des méthodes statistiques à partir d'une multitude d'essais en laboratoire et sur des structures existantes. Deux types de coefficients sont appliqués : ceux correspondant aux Etats-limites de service (ELS) et ceux correspondant aux Etats-limites ultimes (ELU). Dans notre cas, les ELS servent à vérifier que le critère de «confort des personnes»² est vérifié. De même, les ELU permettent eux de s'assurer de la «sécurité des personnes et/ou la sécurité de la structure». Autrement dit, localement, les ELU permettent de s'assurer qu'avec une certaine marge de sécurité, les efforts développés dans les barres ne dépassent pas les capacités mécaniques des matériaux utilisés. Concernant le système global, les ELU permettent également de s'assurer de la stabilité de la structure. Dans notre cas, il s'agit de s'assurer que les câbles restent en tension. Si les efforts dans certains câbles s'inversaient, nous envisagerons des efforts de pré-tension. Pour résumer, en priorisant l'influence du vent sur celle des charges d'exploitation :
 - Aux ELU_{STR} (pour l'étude de la résistance des matériaux) : $1,35G + 1,5W + 1,05Q$ (G : charges permanentes, W : charges de vent, Q : charges d'exploitation)
 - Aux ELU_{EQU} (pour l'étude de la stabilité) : $0,9G + 1,5W$ (on suppose que le poids des éléments participe à la mise en tension des câbles, donc qu'il a une action favorable que nous minimisons)

1 NF EN 1990, *Eurocodes structuraux - Bases de calcul des structures*, Indice de classement : P06-100-1, 2^{ème} tirage (avril 2003).

2 *Ibid.*, §3.4(1)

Définition des critères de comparaison

- Aux ELS : $G + W + 0,7Q$ ¹
- Déformations maximales acceptables : Les déformations sont définies en fonction du type de matériau et d'élément étudié. Motro a utilisé, pour l'étude de nappes d'autotendantes une flèche verticale admissible de $1/200^{\text{ème}}$ de la portée² ce qui correspond aux recommandations de l'Annexe Nationale de l'Eurocode 3 (Calcul des structures en acier)³. La Tour de Rostock (2003) étudiée par le bureau d'études allemand Schlaich Bergermann Partner, a également été dimensionnée pour vérifier que les déplacements horizontaux en tête vérifiés les critères de la norme allemande DIN 4131⁴. Dans notre cas, l'étude portant sur une structure tridimensionnelle recevant du public, nous devons étudier davantage le déplacement horizontal entre niveaux et sur l'ensemble de la structure. Le déplacement horizontal générale u est limité à $1/300^{\text{ème}}$ de H ($H < 10\text{m}$), le déplacement horizontal entre niveaux u_i est limité à $1/300^{\text{ème}}$ de H_i .



Légende

u Déplacement horizontal général sur la hauteur du bâtiment H

u_i Déplacement horizontal sur la hauteur d'un étage H_i

Fig. 23 : Définition des déplacements horizontaux, NF EN 1993-1-1/NA (août 2013)

L'ingénieur en charge des calculs de la tour de Rostock Arturo Ruiz de Villa Valdés, indique dans une correspondance avec Valentin Gomez Jauregui que le déplacement à la tête de la tour était de 1200mm. La tour s'élevant à 62,3m, ce déplacement correspond à $1/52^{\text{ème}}$ de la hauteur de la tour. Cette limite ne peut s'appliquer dans notre cas, étant donné que des dispositions particulières ont pu être appliquées pour une tour ne recevant ni public ni

1 *Ibid.*, Tableaux A1.1, A1.2(B) et A1.4

2 MOTRO, R., *Tensegrity : Structural Systems for the Future* (1re éd.), Butterworth-Heinemann, 2006, p.130.

3 NF EN 1993-1-1/NA (août 2013), *Eurocode 3 - Calcul des structures en acier (Partie 1-1 : Règles générales et règles pour les bâtiments - Annexe nationale à la NF EN 1993-1-1*, Indice de classement : P22-311-1/NA, 2ème tirage (février 2016), Tableau .

4 SCHLAICH, M., *The Messeturm in Rostock - A Tensegrity Tower*, IASS, 2004, p.5.

équipements spécifiques.

Pour résumer, les données de sortie qui sont nécessaires pour évaluer l'efficacité d'une structure autotendante sont le poids propre de la structure, les efforts de compression et de traction maximaux dans les éléments et les déplacements horizontaux de la structure. Pour chaque système autotendant étudié, il s'agit d'optimiser les sections des barres et des câbles pour respecter les critères aux ELU et aux ELS. A partir de ces sections optimisées, le poids propre global de la structure est calculé pour en déduire son efficacité. De manière à simplifier le dimensionnement des éléments, les barres comprimées et les câbles tendus sont tous, respectivement, des tubs creux et des tubes pleins de dimensions standards.

L'évaluation de la rigidité géométrique permet d'avoir une première estimation de l'efficacité de la structure en s'appuyant uniquement sur sa géométrie. Le calcul de l'efficacité structurelle s'appuie lui sur une étude des forces en jeu.

1.3. Complexité architecturale et constructive

Nous avons développé précédemment (Partie 1, Chapitre 2) une multitude de systèmes autotendants existants. Nous avons également précisé les types d'assemblages théoriquement nécessaires et ceux qui ont été construits. Les études structurelles nous permettent de savoir quels systèmes priorisés pour optimiser la quantité de matière nécessaire. Une étude devant être réalisée simultanément concerne l'habitabilité des structures et la faisabilité de leur fabrication et construction.

Comme expliqué précédemment, les principaux avantages constructifs et architecturaux des autotendants résident dans la standardisation, la modularité et dans la flexibilité formelle qui en découle. Nous avons vu qu'un des seuls projets qui envisage d'utiliser une structure autotendante comme système porteur principal pour un bâtiment public de plusieurs étages est la proposition d'Emmerich pour le Centre International de la Communication, autrement appelé Tête Défense¹. Le projet se compose de 62 volumes identiques, des polyèdres appelés tétrakaïdécaèdre ou solide Kelvin ou de Fermi. L'enveloppe de chacun de ces polyèdres se compose de six carrés et de huit hexagones. Emmersch déclare que ces solides forment «l'équipartition spatiale optimale : enveloppe minimale pour volume

¹ EMMERICH, D-G., *Possibilités d'application des structures autotendantes* [Rapport de recherche] 291/85, Ministère de l'urbanisme, du logement et des transports / Secrétariat de la recherche architecturale (SRA); Ministère de la recherche et de la technologie; Ecole nationale supérieure d'architecture de Paris-La Villette. 1985. p.43

Définition des critères de comparaison

maximal»¹. La structure autotendante est elle celle d'un icosaèdre autotendant, qui permet d'avoir des barres comprimées qui forment un espace orthonormé (Fig. 24 et 25). Emmerich indique également que pour construire des espaces habitables il cherche à utiliser des simplex et réseaux autotendants qui forment des espaces cubiques. Il semble cependant que définir un critère quant à l'habitabilité d'un lieu, c'est-à-dire quand à sa capacité à être habitable, ne relève pas de cet exercice mais plutôt du projet d'architecture.

Nous avons vu que pour garantir la modularité, la réversibilité et le fonctionnement statique des structures autotendantes, il fallait également s'assurer que les assemblages pouvaient être articulés. Or, si plusieurs barres de compression arrivent à un même nœud, l'assemblage peut s'avérer complexe. Il s'agit alors pour nous d'identifier cette complexité en dénombrant le nombre de barres et de câbles maximums par nœuds en fonction du principe d'assemblage (continue, discontinue).

Finalement, un facteur non négligeable dans la conception de structures autotendantes concerne la potentielle pré-tension nécessaire. Emmerich évoque un système de contrôle de cette pré-tension :

« L'indéformabilité de la configuration est assurée par une force de précontrainte appliquée à l'aide des ridoirs de réglage. Le système est équipé de jauges de contrainte-témoin, éventuellement reliées à un central, sur l'indication duquel les tensions seront, le cas échéant, rééquilibrées. Ce réglage peut être fait par un dispositif automatique.»²

L'exemple plus récent de la construction du White Rhino II (2017) révèle que cette mise en tension est possible à grande échelle. Néanmoins elle nécessite un contrôle précis et un protocole de mise en tension rigoureux. Pour rappel, le White Rhino II est recouvert d'une membrane plastique supportée par deux mâts autotendants : le premier est un assemblage de prismes à base triangulaire et le second un prisme unique à base pentagonal. Il s'agit de systèmes autotendants avec des barres discontinues. Le suivi de chantier du projet révèle que la mise en tension a été faite manuellement (serrage des boulons d'ajustement des tirants avec des outils manuels), avec néanmoins un contrôle de la tension par un dispositif de mesure des contraintes par jauge électrique d'extensométrie (Fig. 28 et 29). La mise en tension est progressive et globale pour charger de manière uniforme le système. Ce chargement progressif manuel, réalisé à l'aide d'un sifflet pour synchroniser le serrage, a été possible pour le White Rhino II étant donné le peu d'éléments autotendants.

1 EMMERICH, D-G., *Possibilités d'application des structures autotendantes*, p.44

2 *Ibid.*, p.45

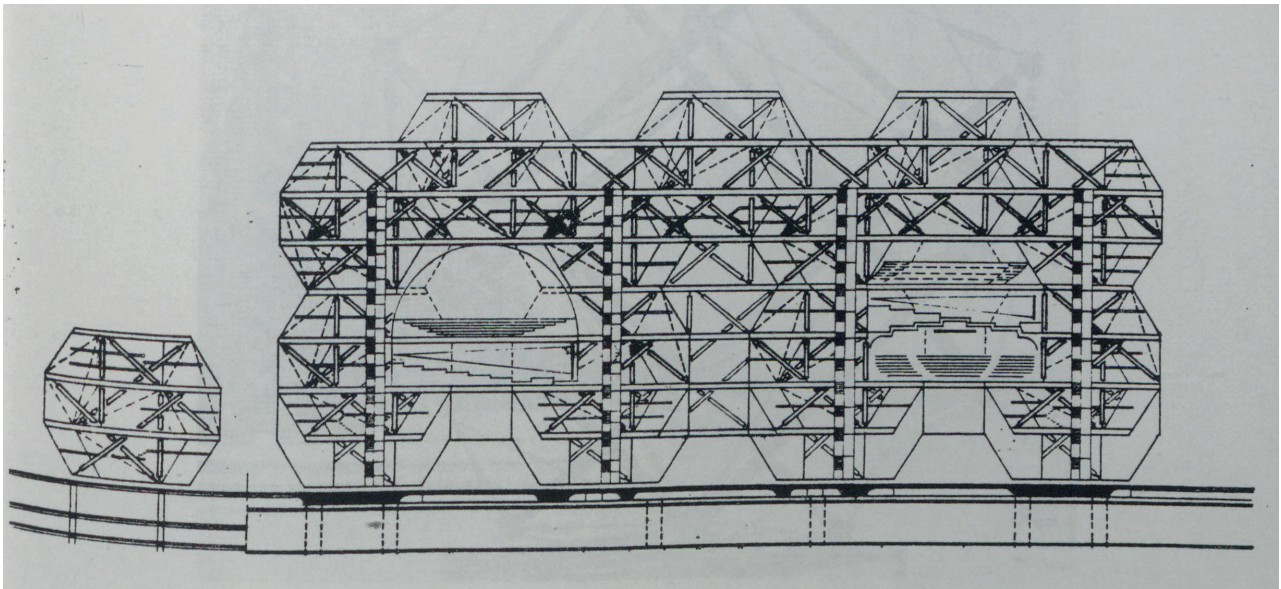


Fig. 24 : Positionnement des planchers et noyaux par rapports aux simplex autotendants. Coupe concours Tête Défense. Emmerich¹

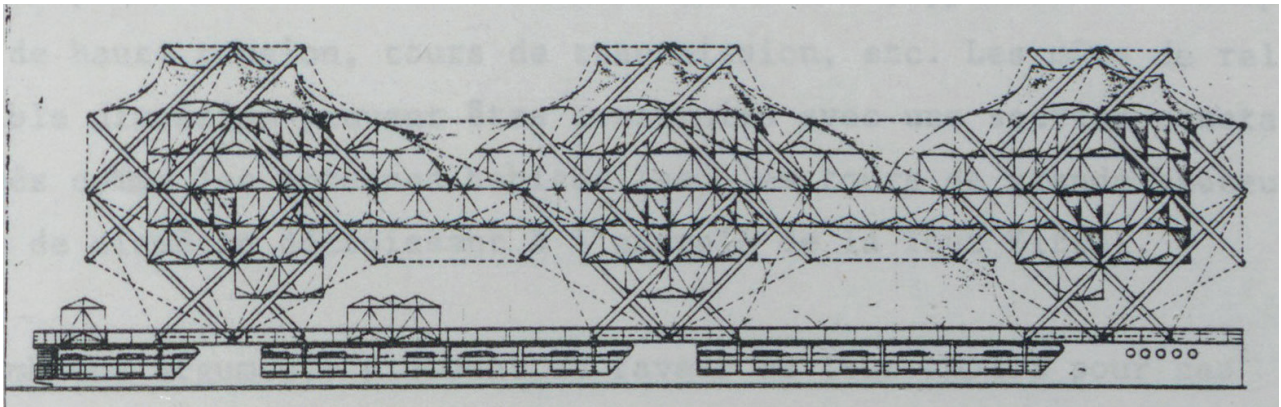


Fig. 25 : Positionnement des modules d'habitation dans trois simplex. Proposition de bateaux mouches. Emmerich²



Fig. 26 : Construction de la Tour de Rostock avec un cadre de mise en tension temporaire.³

1 EMMERICH, D.G. *Possibilités d'application des structures autotendantes*. 1985. p. 74.

2 *Ibid.*, p.80.

3 SCHLAICH, M., *The Messeturm in Rostock - A Tensegrity Tower*, IASS, 2004, p.4

Définition des critères de comparaison

Le chercheur Jérôme Quirant a également développé un tensiomètre dynamique qui utilise la vibration des câbles pour mesurer les contraintes internes (Fig. 30). Cette mesure « suppose que les conditions de liaison soient parfaitement connues ce qui, dans le cas des systèmes de tensegrité est loin d'être le cas. Aux rigidités des nœuds de la structure suivant l'axe des câbles s'ajoutent les inconnues liées à la constitution des dispositifs d'attache : sertissages, œillets, tendeurs, etc. »¹.

¹ QUIRANT, J., *Conception de systèmes structuraux autocontraints, légers et pliables : de la théorie à la mise en œuvre*, Mécanique des structures [physics.class-ph], Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2014, .tel-00995350, p.50.

Configuration

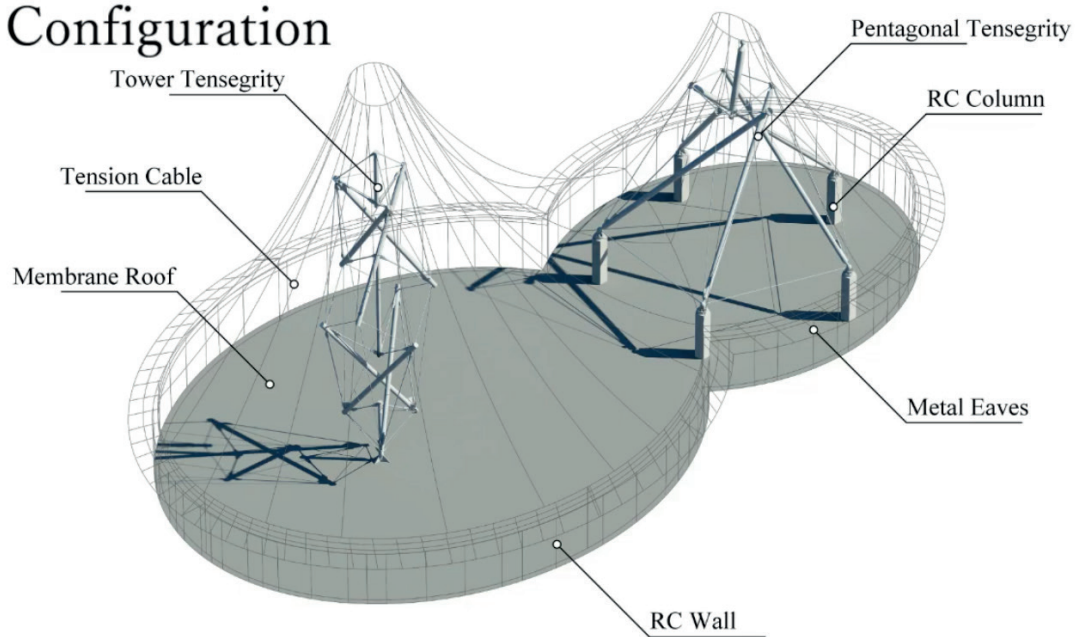


Fig. 27 : Disposition des mâts autotendants à barres discontinues. Image issue de la vidéo Construction of White Rhino II¹



Fig. 28 : Mise en tension manuelle¹



Fig. 29 : Mesure des contraintes par jauge électrique d'extensométrie¹

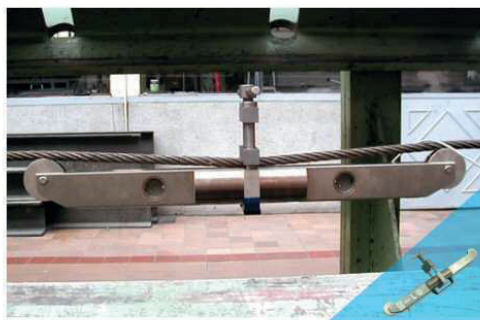


Fig. 30 : Dispositif statique de mesure de tension. Jérôme Quirant²

1 Construction of White Rhino II, Tensegrity Skeletons (2017). (2020, 27 avril). [Vidéo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=aWVfbrcaUBY>.

2 QUIRANT, J., Conception de systèmes structuraux autocontraints, légers et pliables : de la théorie à la mise en oeuvre, p.50.

Nous avons fixé plusieurs critères de comparaison de l'efficacité structurelle et de la faisabilité architecturale et constructive pour étudier différents types de structures autotendantes. Pour rappel, les systèmes structurels étudiés se composent d'un assemblage de 3x3x3 simplex autotendants. Chaque simplex remplit un volume de 3m x 3m x 3m de manière à obtenir une hauteur entre modules correspondant à la hauteur entre planchers d'un bâtiment de logement standard. Nous détaillons dans cette partie les principes de génération de la structure et des résultats structurels.

2. Principes de génération

2.1 Le prisme autotendant

L'étude des structures étudiées passe par trois étapes : la définition d'une géométrie de base, la recherche de forme, et l'analyse structurelle. Nous allons nous appuyer sur l'étude d'un seul simplex autotendant pour expliquer chaque étape. Etant donné que les études de cas suivantes sont composées de prismes autotendants à base carrée, le simplex étudié ici est également un prisme à base carrée. La géométrie exacte est davantage celle d'un anti-prisme (« polyèdre composé de deux copies d'un certain polygone particulier à n côtés, connecté par une bande de triangles alternés »¹) mais par souci de simplicité nous nommons la géométrie initiale et finale 'prisme à base carrée'.

Il est intéressant de rappeler que le prisme à base carrée fait partie de la famille des tensegrité en diamant, telle que définit par Pugh², également appelée configuration rhombique par Motro³. Ces terminologies proviennent du rhomboïde formé par les câbles qui composent le côté de l'antiprisme (Fig. 31). Il existe ainsi plusieurs manières d'obtenir la géométrie initiale souhaitée : soit à partir des polygones formant les bases supérieures et inférieures de l'antiprisme, soit directement à partir de l'antiprisme souhaité. La dernière méthode serait de le modéliser comme il serait construit en pratique, c'est-à-dire en le 'dépliant' à plat comme le préconise Pugh et comme on le voit dans les notes de Snelson (Fig. 31). Cette méthode offre de nombreuses possibilités de conception, explorées par

1 WIKIPEDIA CONTRIBUTORS. « Antiprisme ». *Wikipedia*. 2018. Consulté sur : <https://fr.wikipedia.org/wiki/Antiprisme>

2 PUGH, A. *An Introduction to Tensegrity*. Amsterdam University Press. 1976. p. 25.

3 MOTRO, R. *Tensegrity : Structural Systems for the Future (1re éd.)*. Butterworth-Heinemann. 2006. p. 59.

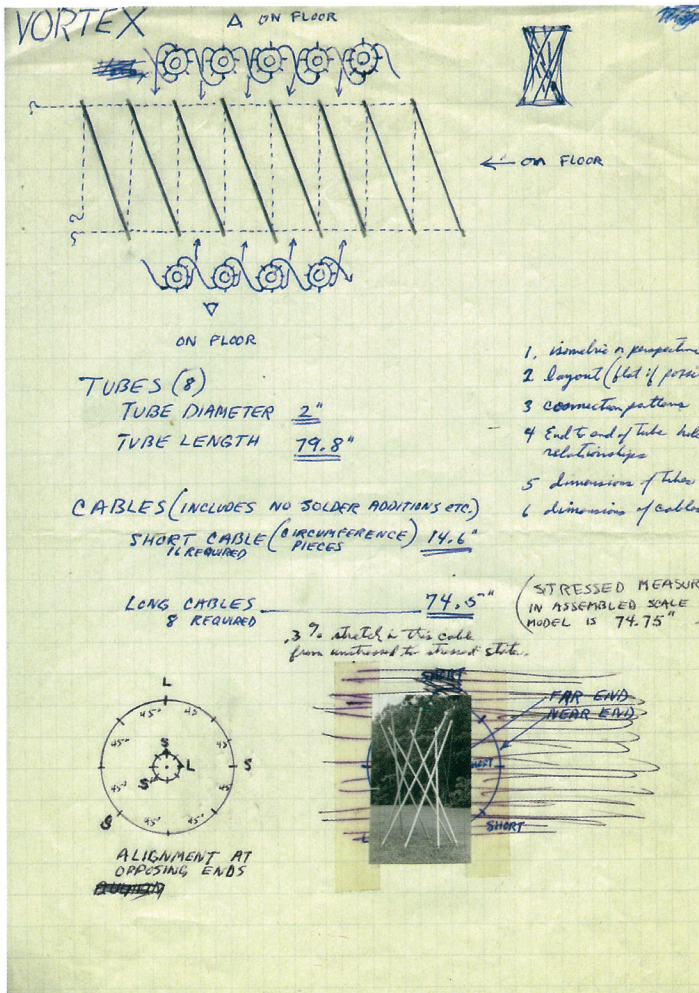


Fig. 31 : Principe de montage et sections. Snelson. 1967.

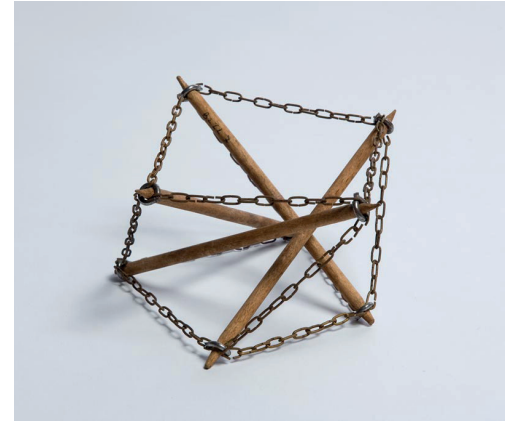


Fig. 32 : Maquette. Antiprisme à base carrée. Emmerich. 1958.

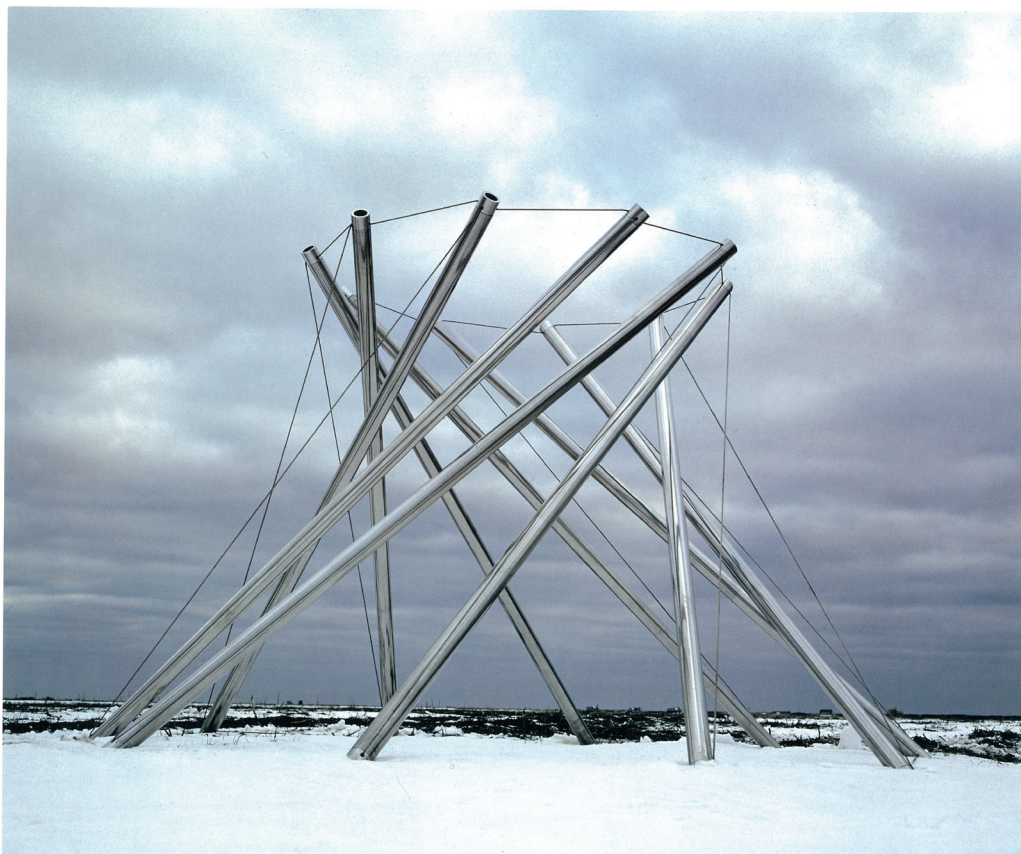


Fig. 33 : Antiprisme autotendant V-X. Snelson. 1968

Emmerich¹ mais non précisées ici.

2.2 Géométrie initiale

De manière générale, la définition d'une géométrie de base se fait en deux temps indissociables. Il s'agit d'abord de définir un simplex autotendant qui sert de module au système global puis de définir un principe d'assemblage de ces modules entre eux. Pour rappel, nous entendons par assemblage non pas le détail d'accroche des barres et câbles entre eux aux sommets du polyèdre, mais plutôt le principe de superposition des modules les uns par rapport aux autres (Cf. Partie 1. Chapitre 2). L'étude de ces systèmes d'assemblages, étant l'objet principal analysé, est précisé dans chaque cas d'étude. Nous comprenons néanmoins que l'efficacité globale du système étudié dépend du choix du simplex et du mode d'assemblage. Certains simplex peuvent être flexibles ou rigides et conduire, en fonction du principe d'assemblage, à des structures flexibles ou rigides. De plus, certains principes d'assemblages ne peuvent être utilisés qu'avec certains simplex.

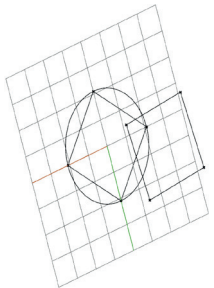
La géométrie initiale du prisme à base carrée (et des cas d'études présentés ensuite) est générée à partir des sommets du prisme. Ainsi, les barres et les câbles qui composent une structure autotendante sont définis comme des lignes reliant ces sommets. Dans ce cas simplifié, un cercle divisé ensuite en plusieurs segments permet de générer une multitude de polygone. Ce polygone est dupliqué, translaté en hauteur et une rotation initiale est définie entre le polygone inférieur et le polygone supérieur. Les paramètres modifiables de modélisation du prisme sont donc le nombre de côtés des polygones Inf/Sup, la hauteur du prisme, le rayon du cercle générateur et la rotation initiale entre les polygones.

Les polygones Inf/Sup forment un premier réseau de câbles. En décalant les indices des sommets des polygones nous créons les barres et les câbles manquants pour obtenir un 'zig-zag' sur les côtés du prisme. Cette première définition permet de générer les barres, les câbles des bases Sup/inf, et les câbles reliant ces bases.

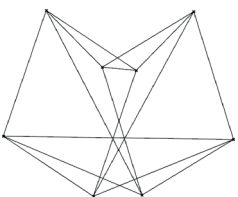
A ce stade, nous obtenons une géométrie dont ne savons pas si elle est en équilibre ou pas. La structure ainsi construite est susceptible d'être instable, donc au pire de conduire à la ruine immédiate de la structure, au mieux de subir des déplacements considérables avant de parvenir à une situation stable. Nous devons alors intégrer dans le modèle les

1 EMMERICH, D. G., « Mâts autotendants », *Monographies de géométrie constructive : Structures tendues et autotendantes*, Ecole nationale supérieure d'architecture de Paris-La Villette, 1977.

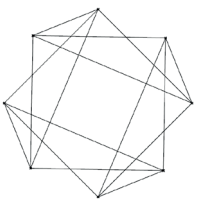
Géométrie Initiale



Définition du polygone de base à partir d'un cercle



Géométrie avant recherche de forme rotation 49°

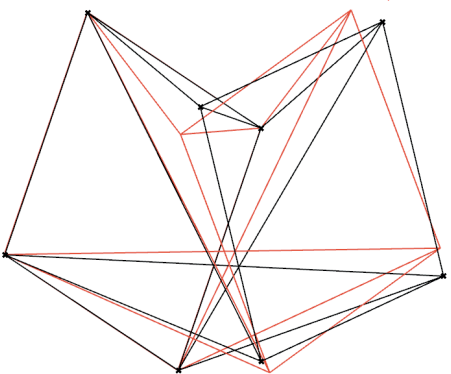


Recherche de forme (Kangaroo)

Géométrie finale résulte d'un mécanisme de rotation et de translation verticale entre les bases)

— Géométrie finale (rotation entre les bases du prisme : 45°)
— Géométrie initiale (rotation entre les bases du prisme : 49°)

Pré-tension d'entrée pour les câbles



Données de sorties souhaitées (sommets du prisme final)

Objectifs à atteindre pour la géométrie finale (barres rigides et câbles tendus)

Appuis

- Paramètres de la géométrie initiale
- Rayon du cercle générateur
- Hauteur prisme
- Nombre de côtés du polygone
- Rotation initiale entre polygone Inf/ Sup

Paramètres modifiables
Données de la géométrie initiale
Données d'entrée recherche de forme
Algorithme de recherche de forme

Fig. 34 : Script grasshopper de génération de la géométrie initiale et de la recherche de forme d'un prisme à base carré. Illustration de l'auteur

caractéristiques physiques de chaque élément pour étudier les conditions d'équilibre statique du système.

2.3 Recherche de forme - Kangaroo

L'obtention de la géométrie finale se fait par un algorithme de recherche de forme qui utilise la relaxation dynamique. Cet algorithme, fournit par Kangaroo est nommé 'Solver'. Pour rappel, à partir d'une situation A, la relaxation dynamique parvient à une situation B en adaptant, par itérations, les conditions initiales définies. Ainsi, à chaque sommet est attribué un vecteur composé d'une amplitude et d'une direction correspondant à chaque élément relié au sommet concerné. L'algorithme déplace les points progressivement dans l'optique de parvenir à un équilibre, c'est-à-dire à une configuration où la somme quadratique des vecteurs de chaque point est nulle. Autrement dit, on parvient à une minimisation de l'énergie potentielle de la structure.

Nous comprenons que la géométrie initiale permet de définir en partie la situation initiale de la recherche de forme. Les autres paramètres à déterminer sont donc les conditions d'appuis de la structure et les forces agissant sur les éléments. Les appuis sont définis par les sommets du polygone Inf. Un seul appui est fixe pour permettre aux câbles de la base de se tendre uniformément. Les autres appuis sont ainsi glissants (structure isostatique). Les forces agissant sur les éléments sont d'une part celles qui s'appliquent sur les barres et celles qui s'appliquent sur les câbles. Nous avons vu que pour obtenir la géométrie finale nous pouvons soit allonger les barres comprimées soit raccourcir les câbles tendus. Ces données d'entrée sont pondérées pour simuler le fonctionnement structurel des éléments. Ainsi les barres ont une force élevée (1000), leur longueur est très peu modifiée. Les câbles ont eux une force faible (50) ils ont un comportement élastique. Dans notre cas, nous considérons que la longueur des barres n'est pas modifiée, seule celle des câbles l'est. Ainsi, nous définissons une forme de pré-tension initiale en cherchant à atteindre 98% de la longueur des câbles. Cet objectif de longueur, couplé à la force faible des câbles, revient à modéliser les câbles comme des élastiques qui tirent sur leurs extrémités. Une autre manière de comprendre cette modélisation est par l'intermédiaire de ressorts : les câbles sont des ressorts tendus avec une faible raideur, les barres sont eux des ressorts comprimés avec une forte raideur. On imagine qu'un tel assemblage de ressorts se déformerait pour parvenir à un point d'équilibre.

Finalement, il est important de préciser que la recherche de forme qui précède l'analyse

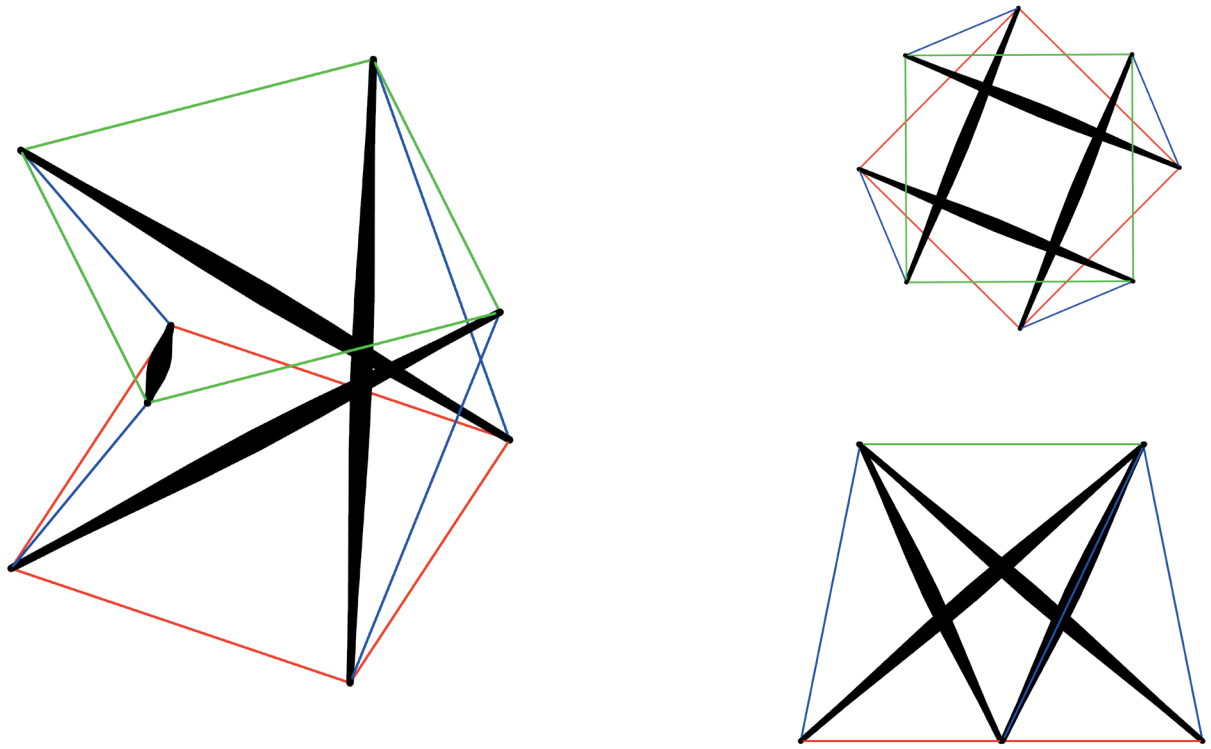


Fig. 35 : Axonométrie, plan, élévation du prisme autotendant final (rotation 53° finale)

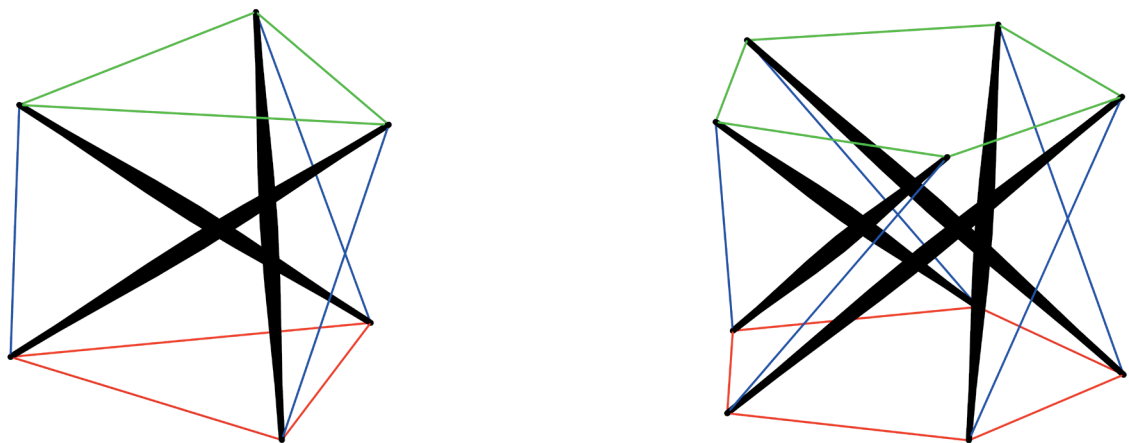


Fig. 36 : Prisme à base triangulaire et à base pentagonale.
Vert : Câbles base supérieure / Bleu : Câbles verticaux / Rouge : Câbles base inférieure.
Illustrations de l'auteur

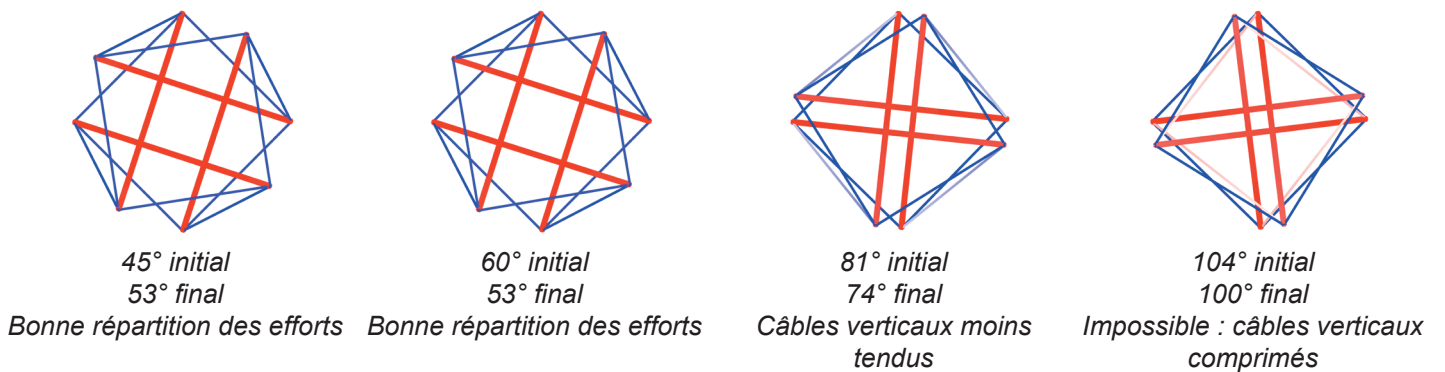


Fig. 37 : Influence de la rotation initiale sur la répartition des efforts finale (rouge : compression ; bleu : traction).
Illustrations de l'auteur

structurale permet d'aboutir à une géométrie stable pour ensuite étudier l'efficacité de cette géométrie. Comme le résultat de la recherche de forme dépend des forces agissantes et des conditions d'appuis, il est nécessaire de faire correspondre les données d'entrée de chaque étape pour obtenir la meilleure efficacité structurale finale. Les mêmes conditions d'appuis et les mêmes efforts doivent être appliqués à la fois dans la recherche de forme et dans l'analyse structurale. Nous précisons que cette règle est à respecter dans l'objectif d'optimiser l'efficacité de la structure, mais elle n'assure pas la faisabilité constructive et architecturale de la structure.

Une fois la recherche de forme lancée, elle aboutit quand le déplacement entre deux étapes d'itération successive est inférieur à une limite donnée (ici de 10^{-7} m). Dans les cas où la convergence n'est pas obtenue nous arrêtons manuellement la recherche. Les données de sortie souhaitées peuvent être définies en entrée. Ainsi nous obtenons les nouveaux sommets correspondant à la structure autotendante en équilibre.

2.4 Analyse structurale - Karamba 3D

Les étapes de l'analyse structurale sont similaires à celles de la recherche de forme. La géométrie étudiée est générée à nouveau avec les positions des sommets issus de la recherche de forme. Les données d'entrée, qui doivent correspondre au mieux à celles de la recherche de forme, sont définies pour l'algorithme d'analyse structurale. Kangaroo (recherche de forme) et Karamba 3D (analyse structurale) ont été développés séparément et utilisent chacun leurs outils de définition des données d'entrée. Même si les données d'entrée doivent aboutir aux mêmes efforts générés dans la structure, elles ne peuvent être définies par les mêmes outils Grasshopper.

Comme pour la recherche de forme, les conditions d'appuis et les forces appliquées sont définies. De plus, un matériau (ici de l'acier S275) et des sections sont définies pour pouvoir ensuite évaluer le poids et les efforts que subissent ces sections. Les sections choisies ainsi que la considération du flambement décrivent la rigidité des barres et des câbles (fait de manière moins précise dans la recherche de forme). Karamba 3D dispose d'un catalogue de sections qui suivent les normes européennes. Nous utilisons des tubes creux de type CHS (variant du) pour les barres comprimées. Les câbles sont eux réalisés avec des tubes pleins de type RD (variant de). Nous sélectionnons une première série de sections (une pour chaque type d'élément : barre et câble) qui sera par la suite optimisée avec un algorithme spécifique.

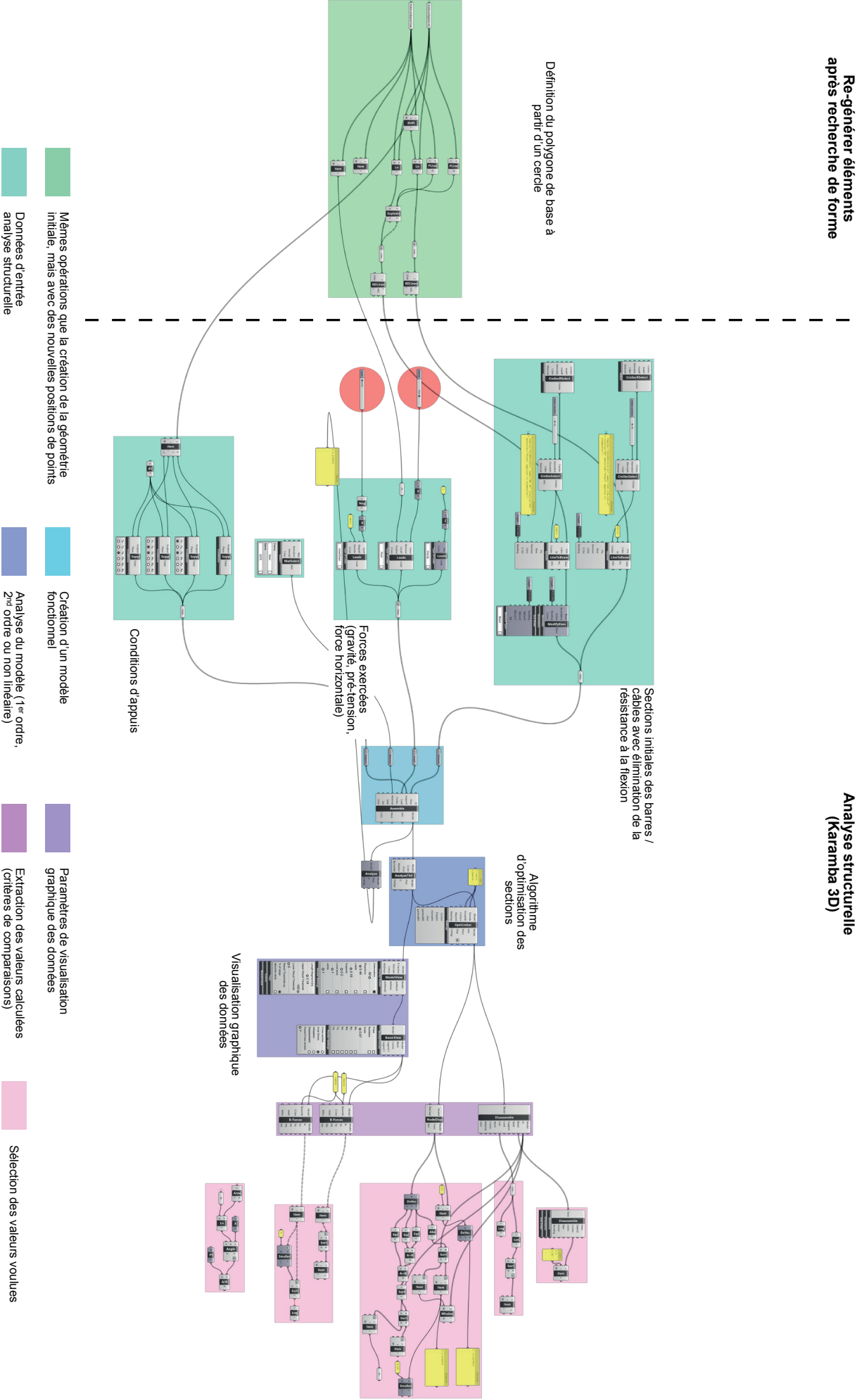


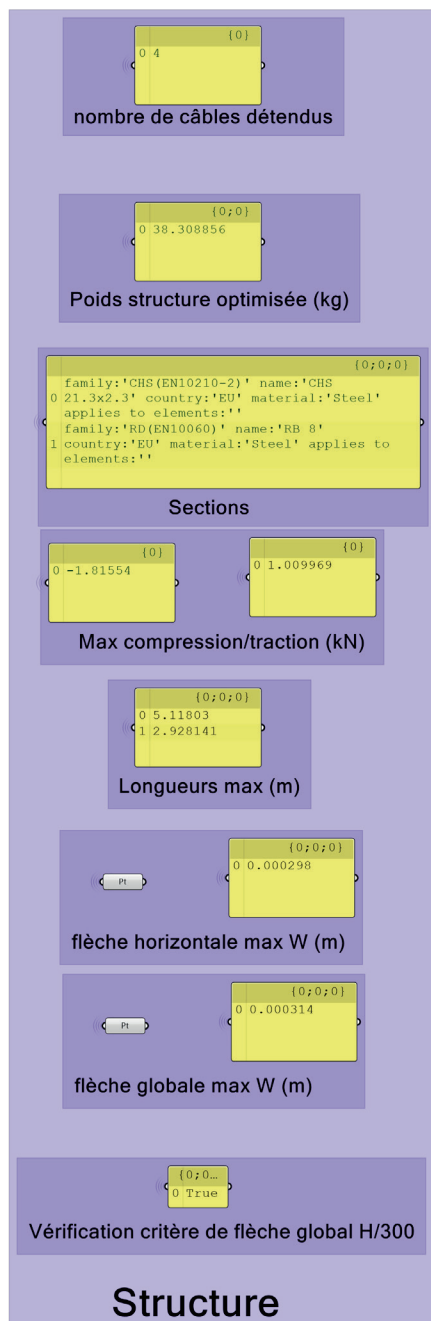
Fig. 38: Script grasshopper de génération du modèle d'analyse statique. Illustration de l'auteur

Une fois le modèle assemblé il est analysé par un algorithme de calcul au premier ordre, au second ordre ou de manière non-linéaire. Pour rappel une analyse au premier ordre «néglige le changement de longueur axial [...] qui accompagne des déformation latérales»¹. Autrement dit, les efforts calculés ne prennent pas en compte les modifications géométriques induites par les forces qui s'appliquent. Cet algorithme est valable dans le cas d'une structure qui ne subit que peu de déformations, les deux autres algorithmes sont plus adaptés dans le cas contraire. L'analyse structurelle au second ordre prend donc en compte des déplacements plus importants et surtout considère la rigidification de la structure induite par les efforts internes. Les différentes analyses structurelles non-linéaires (dont la relaxation dynamique) utilisent, comme expliqué précédemment, une méthode itérative pour parvenir à une structure en équilibre.

Le choix de l'algorithme structurel à utiliser dépend principalement de la rigidité de la structure. Pour une structure dont la géométrie n'est pas nécessairement en équilibre (pas de recherche de forme spécifique réalisée), nous devons prendre en compte les potentielles déformations apportées. En revanche, en réalisant une recherche de forme préalable nous savons que la structure est en équilibre et donc qu'elle ne devrait subir que de faibles déplacements. Nous pouvons donc a priori utiliser une analyse structurelle au premier ordre. Nous allons néanmoins voir que les données d'entrée entre la recherche de forme et l'analyse structurelle n'étant pas parfaitement identiques, il est préférable de comparer les résultats des deux algorithmes (1er et 2nd ordre). Chaque algorithme utilise plus ou moins d'étapes itératives pour parvenir au résultat, plus le nombre d'étapes est important et plus il y a d'éléments dans le système, plus le temps de calcul est grand.

Dans la modélisation du prisme à base carrée et dans les études suivantes, nous réalisons la recherche de forme uniquement avec les charges verticales permanentes de manière à obtenir une géométrie 'régulière'. Nous entendons par là qu'en intégrant l'ensemble des charges (y compris horizontales), la recherche de forme aboutirait à une géométrie non standard (du moins pour une application constructive à grande échelle). Ainsi, les charges horizontales ne sont appliquées que pour l'analyse structurelle. Notre étude consiste donc à évaluer le fonctionnement d'une structure en équilibre (standard) qui subit des charges horizontales.

1 PREISINGER, C., *User Manual*, Karamba 3D, 2019, p.64.



Triage des câbles comprimés et tendus. Donne une indication de la faisabilité constructive et du degré hyperstatique.

Sommes des poids des sections optimisées.

Types de sections optimisées parmi deux familles de sections standard (tubes pleins pour les câbles et creux pour les barres).

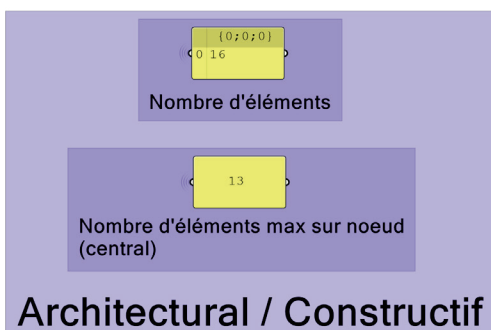
Triage des efforts max dans les éléments. Valeurs utilisées pour optimiser les sections.

Longueur des éléments. Donne une indication de l'efficacité structurelle (plus une barre est longue, moins elle est efficace).

Triage des points qui se déplacent le plus dans une direction donnée. Visualisation du point concerné.

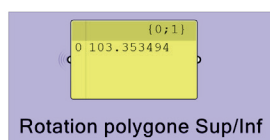
Triage des points qui se déplacent le plus dans les trois directions (moyenne quadratique). Visualisation du point concerné.

Booléen pour la vérification du critère de flèche globale ($H/300$).



Nombre d'éléments total.

Nœud avec le maximum d'éléments connectés.



Comparer rotation initiale définie et la rotation finale obtenue. Critère spécifique pour l'étude des simplex seuls

L'analyse structurelle est suivie, dans notre cas, d'une étape d'optimisation des sections qui minimise les sections des éléments par rapport aux efforts qu'elles subissent et par rapport au déplacement global de la structure¹. Cette étape permet d'aboutir à une efficacité structurelle optimale pour une géométrie et des forces données.

Une fois l'analyse terminée, le modèle résultant peut être visualisé graphiquement. Karamba 3D permet une visualisation à la fois des données d'entrée (forces, types d'appuis, types de connexions entre éléments) et des résultats. Nous pouvons ainsi observer la répartition des efforts (axial, tranchant, moment), les déplacements engendrés, les efforts repris par les appuis et modifier les échelles de représentation correspondantes. Cette visualisation graphique est utile pour vérifier et expliquer le fonctionnement global de la structure.

Karamba 3D permet finalement d'extraire les valeurs numériques calculées pour chaque type d'élément préalablement défini (barre, câble). En manipulant ces données de sortie nous parvenons à en déduire les informations nécessaires à la comparaison des systèmes entre eux (tel que défini dans les critères de comparaison Partie 2. Chapitre 1). Ces valeurs de comparaison sont définies dans la figure 39.

2.5 Paramétrisation

Le choix de modéliser à la fois la géométrie initiale, la recherche de forme et l'analyse structurelle dans l'outil de conception paramétrique Grasshopper tient à la possibilité de modifier simplement les paramètres de modélisation. Plusieurs paramètres sont modifiables et permettent, en corrigeant la géométrie initiale, d'en évaluer immédiatement le nouveau fonctionnement structurel. Nous savons qu'il existe plusieurs types de prismes autotendants en fonction des polygones générateurs. Ces géométries sont ainsi rapidement générées. Deux cas de polygones générateurs différents sont présentés dans la figure 36. Quatre cas de rotations initiales différentes sont étudiées dans la figure 37. La paramétrisation de la rotation entre les bases permet de réaliser simultanément la recherche de forme et l'analyse structurelle et d'en déduire la faisabilité structurelle. Les cas d'études suivant présentent des géométries initiales plus complexes qui rendent également la 'paramétrisation' plus exigeante. Nous avons donc cherché à rendre paramétrique les éléments nécessaires et de compléter les modèles manuellement dans l'interface de Rhinoceros 3D.

1 PREISINGER, C., *User Manual*, Karamba 3D, 2019, p. 74.

3. Étude de cas : réseaux de prismes à base carrée

3.1 Les réseaux planaires antiprismatiques et antipyramidaux

Dans le rapport d'étude *Structures tendues et autotendantes*, faisant partie de l'ensemble des *Monographies de géométrie constructive*, Emmerich présente une multitude de types d'assemblages de simplex autotendants. Ces assemblages donnent des typologies de forment qui sont classées. Les 'réseaux autotendants double-nappe' font parti de ces typologies.

«Un réseau autotendant double nappe est construit à base de simplex autotendants monoaxiaux, dont les sommets se situent sur deux niveaux parallèles, qui sont assemblés latéralement par juxtaposition ou entrelacement, suivant une tessellation servant de schéma d'appareillage»¹.

De manière similaire au prisme à base carrée, les nappes citées ci-dessus composent les polygones des bases supérieures et inférieures du prisme. Les assemblages par 'juxtaposition ou entrelacement' concernent notre objet d'étude : la manière dont les simplex sont assemblés.

Pour rappel (Partie 1. Chapitre 2), Emmerich a breveté², en 1964, un premier réseau planaire ainsi que le prisme à base carrée étudié précédemment. Il a donc développé, a minima entre 1964 et 1977 (date de publication du rapport de recherche), une diversité impressionnante de systèmes autotendants. Parmi les 60 configurations étudiées, 33 configurations ne concernent que des simplex à base carrée. Pour reprendre les termes d'Emmerich quant à la diversité de systèmes développés :

«Les configurations de barres ont des dispositions très variées : des groupes en 'v', en tri- ou quadripodes; des filaments tissés en ligne droite ou en zig-zag; des polygones entrelacés dans l'espace; des réseaux doubles se tressant en deux continuums indépendants»³.

1 EMMERICH, D. G., *Monographies de géométrie constructive : Structures tendues et autotendantes (tome 1), Equipartitions 1. Tessellations et réseaux planaires (tome 2)*, [Rapport de recherche] 521/88, Ministère de l'environnement et du cadre de vie / Comité de la recherche et du développement en architecture (CORDA), Ecole nationale supérieure d'architecture de Paris-La Villette, 1977, hal-0190323, p.274.

2 EMMERICH, D.-G., *Construction de réseaux autotendants (FR1377290)*, 1964, INPI, Consulté sur : <https://data.inpi.fr/brevets/FR1377290?q=autotendant#FR1377290>

3 *Op cit.*, *Monographies de géométrie constructive : Structures tendues et autotendantes*, p.278.

TABLEAU 5 RESEAUX AUTOTENDANTS DOUBLE NAPPE

N°	Sous-ensemble		Modes d'assemblage				Situation des barres		
			Mono.	Racém.	Recto	R et V	Contact	Semi-C.	Discont.
1	Antiprismatiques								
2	3B	333333	•					•	
3		3 ₁ 3 ₃ 3 ₂ 3 ₃	•						•
4	4B	488	•				•		
5		488		•			•		
6		444 distendue	•						•
7		444 distendue		•					•
8		488	•						•
9	Antipyramidaux	4 ₁ 4 ₂ 4 ₂	•						
10	3B	333333	•		•			•	
11		333333		•	•		•		
12		333333	•			•		•	
13		333333		•		•		•	
14		3 ₁ 3 ₂ 3 ₁ 3 ₂	•		•				•
15		3 ₁ 3 ₃ 3 ₂ 3 ₃	•		•				•
16		3 ₂ 3 ₂ 6 ₁	•		•				•
17		3 ₂ 3 ₂ 6 ₁		•		•			•
18		3 ₂ 3 ₂ 6 ₁	•			•			•
19	Entrelacés								
20	6x3B	3636		•		•			•
21		3 ₁ 3 ₂ 3 ₁ 3 ₂		•		•			•
22	4B	3 ₁ 6 ₃ 6 ₃		•		•			•
23		444	•		•		•		
24		444		•	•		•		
25		444	•			•		•	
26		444		•		•		•	
27		444		•		•		•	
28		444		•		•		•	
29		444		•		•		•	
30		4 ₁ 4 ₂ 4 ₂	•		•				•
31		4 ₁ 4 ₂ 4 ₂	•		•				•
32		4 ₁ 4 ₂ 4 ₂		•	•				•
33		4 ₁ 4 ₂ 4 ₂	•			•		•	
34		4 ₁ 4 ₂ 4 ₂	•			•		•	
35		4 ₁ 4 ₂ 4 ₂		•		•	•		
36		4 ₁ 4 ₂ 4 ₂		•		•	•		
37		4 ₁ 4 ₂ 4 ₂		•		•	•		
38		4 ₁ 4 ₂ 4 ₂		•		•	•		
39		4 ₁ 4 ₂ 4 ₂		•		•	•		
40		4 ₁ 4 ₂ 4 ₂	•			•		•	
41		4 ₁ 4 ₂ 4 ₂	•			•		•	
42		4 ₁ 4 ₂ 4 ₂ 4 ₂ 4 ₂ 4 ₂	•		•			•	
43		4 ₁ 4 ₂ 4 ₂ 4 ₂ 4 ₂ 4 ₂		•	•			•	
44		4 ₁ 4 ₂ 4 ₂ 4 ₂ 4 ₂ 4 ₂	•			•	•		
45		444	•		•			•	
46	Entrelacés								
47	4x4B	444		•		•			•
48		444		•		•			•
49		4 ₁ 4 ₂ 4 ₂		•		•			•
49	Prismatiques								
50	6B	666	•		•		•		
51		3636	•		•		•		
52		3366 3636	•		•		•		
53		3 ₁ 6 ₂ 6 ₂	•		•				•
54	Stella octangula								
55	6B	666	•		•		•		
56		3 ₁ 3 ₂ 3 ₁ 3 ₂	•		•		•		
57	Interpénétrations								
58	8B	488		•	•		•		•
59		488	•		•		•		•
60		488	•		•		•		•

Fig. 40 : Classification des 60 réseaux autotendants double nappe. Emmerich. 1977

Les systèmes d'Emmerich sont classés en fonction de plusieurs critères¹ :

- Sous-ensemble : il s'agit des simplex utilisés (4B signifiant 4 barres) et d'un principe d'assemblage qui est indissociable à certains simplex. En effet, si les simplex sont juxtaposés, ils peuvent être antipismatiques ou antipyramidaux. 'Antiprismatique' signifie que les bases polygonales supérieures et inférieures sont identiques. 'Antipyramidal' signifie que les polygones supérieures et inférieures sont de même type mais n'ont pas la même aire. Les assemblages peuvent être entrelacés ou interpénétrés (une barre fait partie de deux solides autotendants voisins). Dans ce cas, les simplex forment des ensembles indissociables les uns des autres.
- La nomenclature : il s'agit d'une manière de nommer les systèmes autotendants. Plusieurs méthodes ont été développées, elles ne nous concernent pas pour notre étude.
- Les modes d'assemblage :
 - Mono. signifie monogyre. Le réseau est composé de simplex qui n'ont qu'une même orientation de rotation entre la base sup et inf. Selon Emmerich, la rotation globale du réseau est similaire à celle d'un simplex seul.
 - Racém. signifie racémique. Les orientations de rotation des bases alternent d'un simplex à un autre. Selon Emmerich, la rotation globale du réseau est alors annulée.
 - Recto. signifie que l'ensemble des grandes bases (ou petites bases) des antipyramides sont situées sur le même côté (sup ou inf du réseau)
 - R et V signifie que la position des grandes et petites bases des antipyramides alternent de simplex en simplex.
- La situation des barres :
 - Contact : les barres de chaque simplex sont en contact aux deux extrémités.
 - Semi-C. : seule une extrémité des barres est en contact avec une autre barre d'un simplex voisin
 - Discont. : aucune barre d'un simplex n'est en contact avec celles de ses voisins

Il est intéressant de voir qu'Emmerich a développé 36 systèmes de réseaux avec contact ou semi-contact, sur 60 systèmes au total. Il évoque beaucoup moins ces systèmes que les systèmes à barres discontinues qu'il préfère pour leur caractéristiques constructives (à savoir qu'ils sont potentiellement déployables).

¹ Op cit., *Monographies de géométrie constructive : Structures tendues et autotendantes*, p.279.

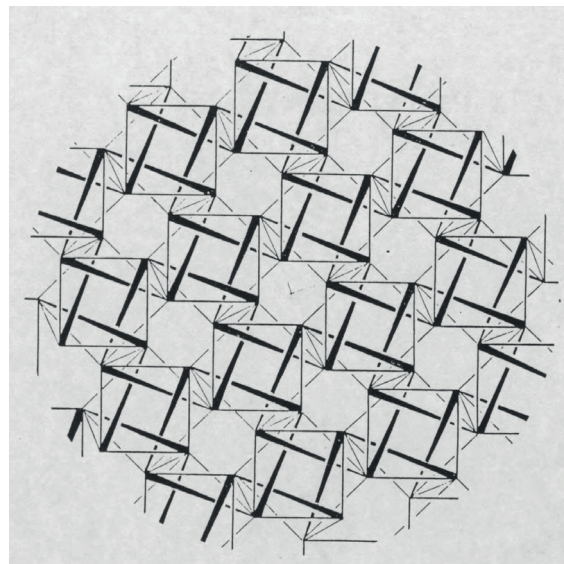
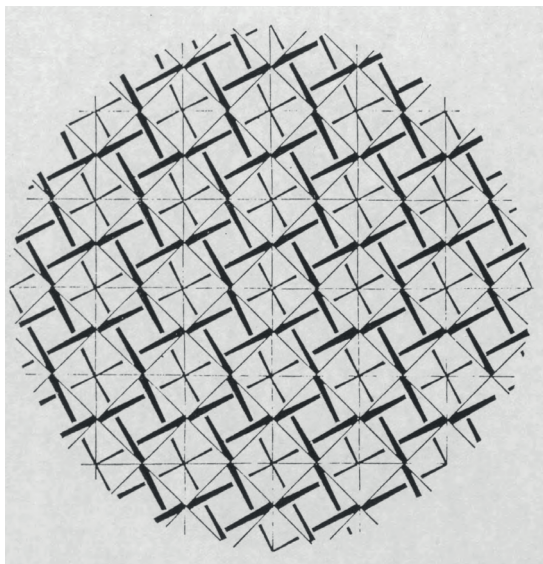


Fig. 41 : Réseaux autotendants plans n°7 (droite) et n°22 (gauche). Emmerich. 1977

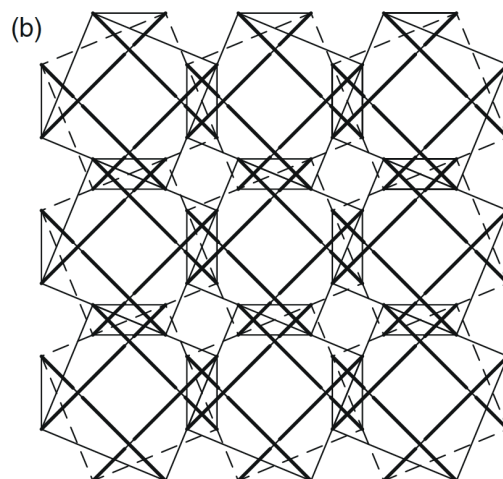
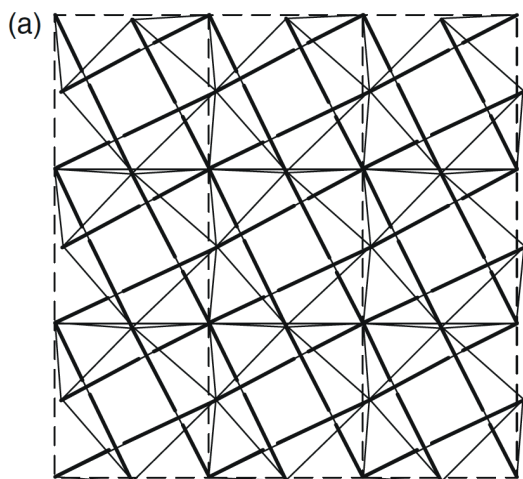


Fig. 42 : Réseau autotendant plan à barres continues Méthode II, configuration B (gauche)
Réseau autotendant plan à barres discontinues Méthode II, configuration A (droite)
Wang. 2001

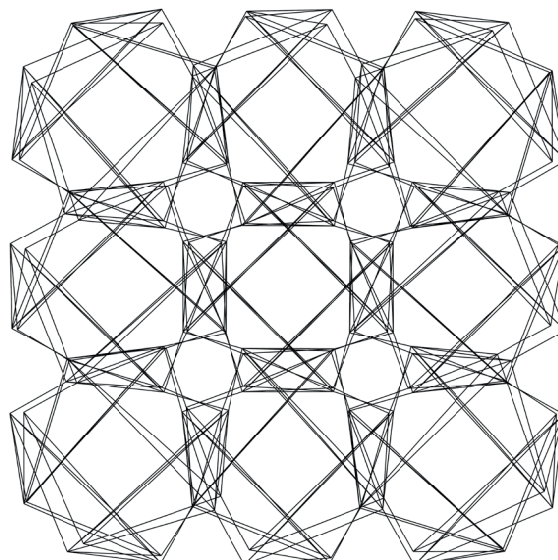
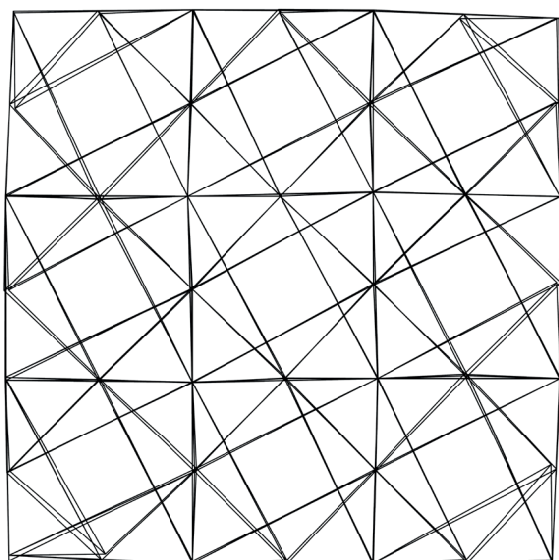


Fig. 43 : Vues en plan des deux réseaux 3D utilisés (après recherche de forme).
Continuité verticale (droite)
Continuité verticale et horizontale (gauche)
Illustrations de l'auteur

Emmerich a dessiné l'ensemble des réseaux dans le tableau précédent mais nous ne savons pas s'ils ont tous été réalisés en maquette et donc si les configurations dessinées correspondent à une géométrie réalisable ou non. Les études structurelles ont été réalisées plus tard (Partie 1. Chapitre 3). Motro a été l'un des premiers à étudier les réseaux autotendants double nappe, et à fabriquer un prototype grandeur nature nommé Tensarch¹ en 1990. Ce prototype est composé d'antiprismes à base carrée dont les bases supérieures et inférieures ne subissent aucune rotation. Les antiprismes sont assemblés avec contact entre les barres. Ce prototype se rapproche ainsi du réseau numéro 22 (Fig. 41) d'Emmerich et d'un des systèmes de Wang² (Fig. 42).

Pour rappel, les premières études structurelles de l'efficacité de plusieurs types de réseaux autotendants, proches de ceux d'Emmerich, ont été réalisées par Wang en 2001. Il n'étudie pas les assemblages par semi-contact et ne considère donc que deux cas de structures : les systèmes à barres continues et ceux à barres discontinues. Plus que les caractéristiques géométriques des systèmes, il s'intéresse à leur caractère flexible ou rigide (Partie 1. Chapitre 3).

Les trois études de cas suivantes s'appuient sur ces études structurelles déjà réalisées. Alors qu'Emmerich, Motro et Wang ont étudié les caractéristiques de réseaux plans, nous allons utiliser deux de leurs principes d'assemblages plans pour les dupliquer verticalement et obtenir ainsi une structure autotendante tri-dimensionnelle. Les réseaux utilisés sont représentés ci-joint. Les quatre études de cas réalisées sont les suivantes (elles utilisent chacune le prisme à base carrée développé précédemment) :

- Réseau avec continuité verticale : la discontinuité horizontale des barres du système choisi permet de les superposer verticalement en utilisant en revanche la figure réciproque (appelé aussi miroir du réseau plan).
- Réseau avec continuité horizontale et verticale : on obtient ainsi un continuum d'éléments comprimés.
- Charpente métallique standard : ce cas classique donne un référentiel de comparaison. Les barres ont les mêmes caractéristiques que les barres des

1 MOTRO, R., «Tensarch project», *Tensegrity : Structural Systems for the Future (1re éd.)*, Butterworth-Heinemann, 2006, p. 191.

2 WANG, B., «Structural configurations, properties and design of tensegrity grids composed of simplexes», *Free-Standing Tension Structures : From Tensegrity Systems to Cable-Strut Systems*, CRC Press, 2019, p.43-71.

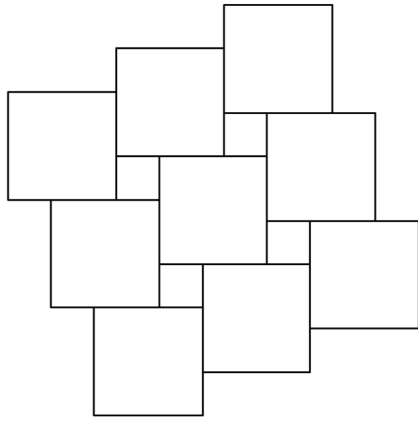


Fig. 44 : Plan base inférieure, paramètre idéal

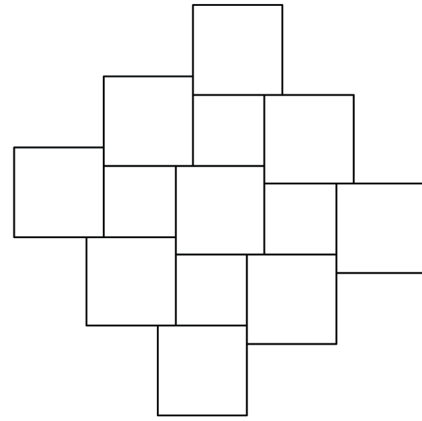


Fig. 45 : Plan base inférieure, paramètre différent

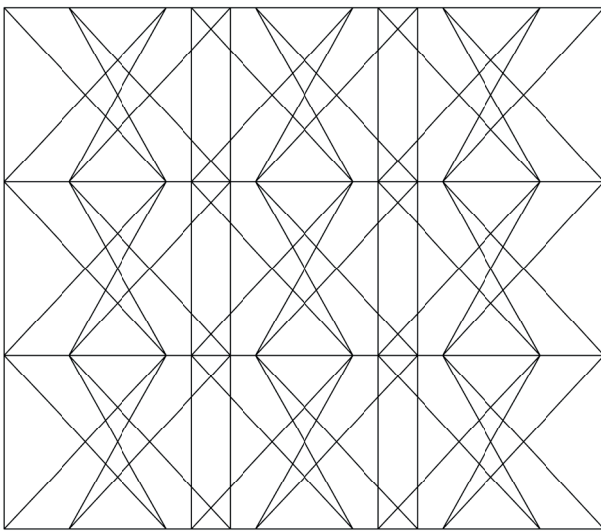


Fig. 46 : Élévation, géométrie avant la recherche de forme

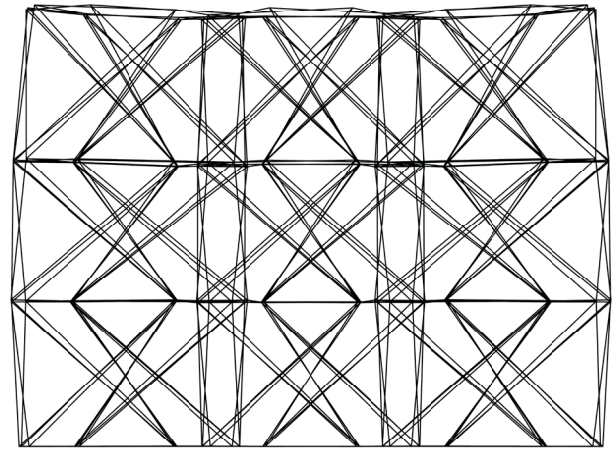


Fig. 47 : Élévation, géométrie après la recherche de forme

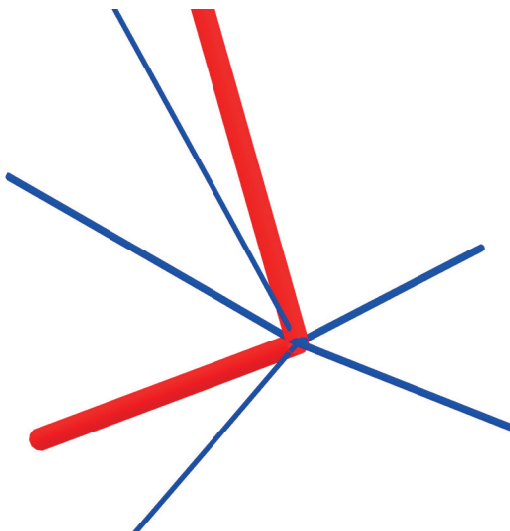


Fig. 48 : Nœud central présentant le plus d'éléments (2 barres et 5 câbles). Sections réelles calculées

systèmes autotendants (elles sont bi-articulées pour ne subir que des efforts axiaux)

Les résultats numériques de chaque étude de cas sont regroupés dans la synthèse de ce chapitre.

3.2 Réseau avec continuité verticale

Présentation : le premier cas étudié s'appuie sur un réseau plan modélisé par Wang dont les barres ne sont pas continues et qu'il nomme « configuration B : barres en diagonales par rapport aux côtés » (Fig. 42) . Ce réseau est similaire au réseau n°7 d'Emmerich (Fig. 41) avec la différence que les simplex partagent une arête commune ce qui semble plus logique pour assembler les simplex entre eux. En effet, dans le cas d'Emmerich, il semble que la jonction entre modules n'est réalisée que par un câble vertical, contre trois dans le cas de Wang.

Principe de superposition : dans notre cas, la superposition des réseaux assure la continuité verticale de l'ensemble du système. De manière à assurer le fonctionnement global, deux réseaux verticaux voisins sont le miroir l'un de l'autre. Le système est donc semblable à un ensemble de neuf colonnes qui sont reliées entre elles par des câbles. Le paramètre modifiable principal de la géométrie initiale est la position des carrés les uns par rapport aux autres. Ils doivent toujours partager un côté commun. Le miroir de cette base permet de générer la base du niveau supérieur. Les câbles et barres sont ensuite tracés entre ces deux premières bases.

Description architecturale : le modèle structurel final présenté ci-contre, qui ne présente pas les déformations, montre néanmoins une indentation concave sur la face supérieure de la structure. Cette indentation provient de la pré-tension importante intégrée dans la recherche de forme. La 'colonne' centrale subit plus les effets de cette précontrainte que les colonnes en périphérie. On observe également un affaissement global qui tient également à la valeur de la pré-tension et au caractère géométrique flexible. Une comparaison de plusieurs valeurs de pré-tension montre qu'une pré-tension relativement élevée (dans la recherche de forme et non dans l'analyse structurelle) aboutit à une meilleure efficacité structurelle.

Méthode de calculs appliquée : selon Wang, le réseau planaire qu'il a modélisé est géométriquement flexible ce qui est cohérent avec le caractère discontinue des barres. Dans notre cas, la continuité verticale ne semble pas permettre de rendre l'ensemble rigide.

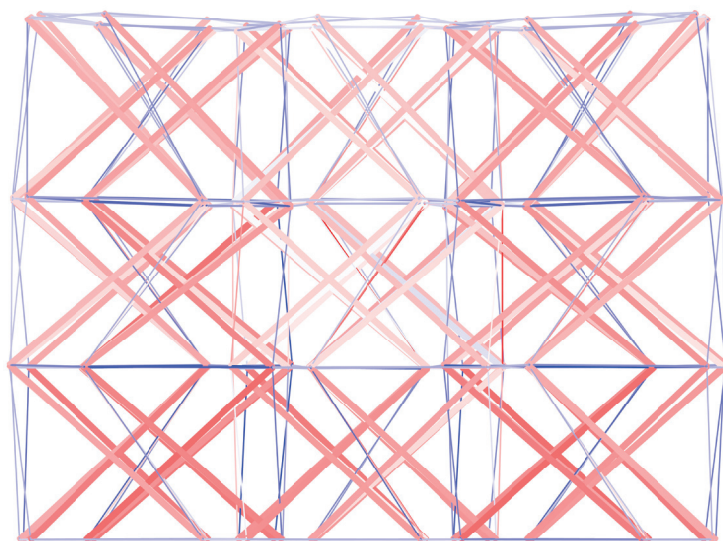
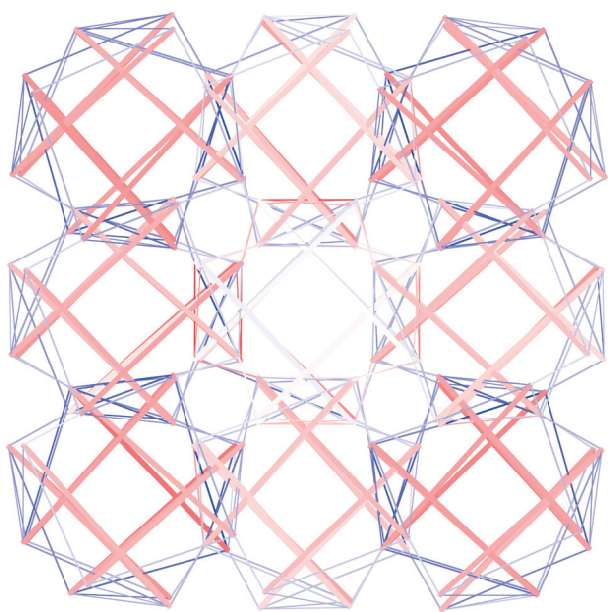
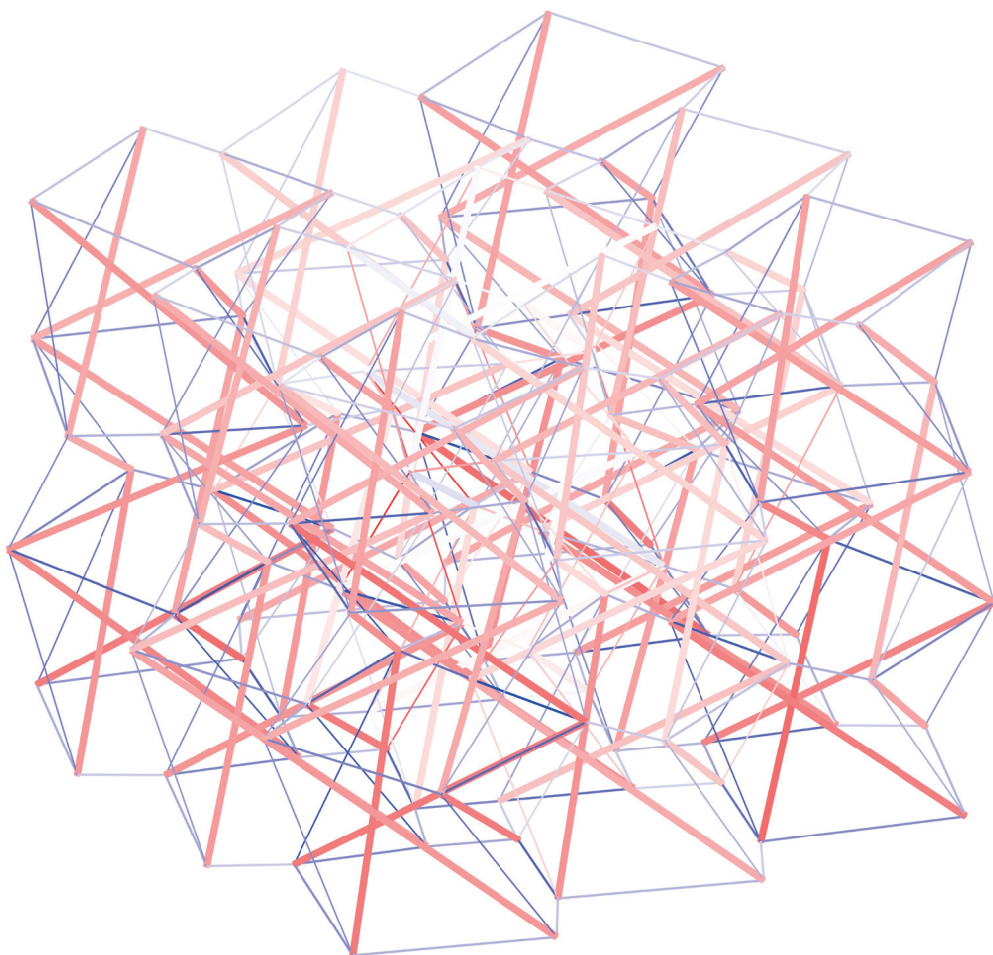


Fig. 49 : Axonométrie, plan, élévation du modèle avec continuité verticale. Les barres en compression sont en rouge, les câbles en traction en bleu. Plus la couleur est vive, plus les efforts sont grands.

On déduit cette observation de la nécessité de réaliser une recherche de forme préalable au calcul structurel. De plus, les déplacements importants observés avec une analyse structurelle au 1^{er} ordre confirment cette hypothèse : une rigidification de la structure globale intervient, il convient de la prendre en compte avec une analyse au 2nd ordre.

Fonctionnement structurel :

- La première observation que nous pouvons faire est que les efforts de compression et de traction dans les barres et dans les câbles ne sont pas uniformes à travers la structure. On observe que la colonne centrale subit le moins d'efforts et que les simplex situés dans le premier réseau en partant du bas subissent le plus d'efforts. De plus, il semble que la répartition des efforts soit symétrique par rapport à la colonne centrale. Cette répartition des efforts n'est pas en accord avec une répartition habituelle des efforts dans une structure autotendante. Ceux-ci devraient être égaux dans chaque type d'élément. On en déduit que la continuité verticale des barres altère le fonctionnement structurel.
- Ensuite, on s'aperçoit, en faisant varier la valeur de pré-tension pour le calcul structurel, que la structure atteint une efficacité optimale pour une valeur de pré-tension intermédiaire. Autrement dit, si la pré-tension est trop faible, les efforts sont ponctuellement trop importants dans certains éléments et les sections sont surdimensionnées. Au contraire si la pré-tension est trop importante, les efforts sont globalement trop importants et les sections deviennent également trop importantes.
- Finalement, les résultats numériques présentés en synthèse montre que le critère de déplacement horizontal définit précédemment (en Partie 2. Chapitre 1. §2) n'est au premier abord pas respecté. Pour mesurer précisément ce déplacement horizontal nous devons comparer le déplacement au point qui se déplace le plus (sous l'effet des charges de vent), avec le déplacement (au même point) sans charges de vent. En effet, la mise en tension de la structure étant réalisée pendant la construction, les déplacements qui en découlent ne sont pas à prendre en compte, d'où cette différence. Le déplacement est alors de 0,61cm sur 9m ($900/300 = 3\text{cm}$). Le critère est alors vérifié.

3.3 Réseau avec continuité verticale et horizontale

Présentation : le second cas étudié s'appuie sur un autre réseau plan modélisé par Wang dont les barres sont continues et qu'il nomme «configuration A de l'antiprisme à

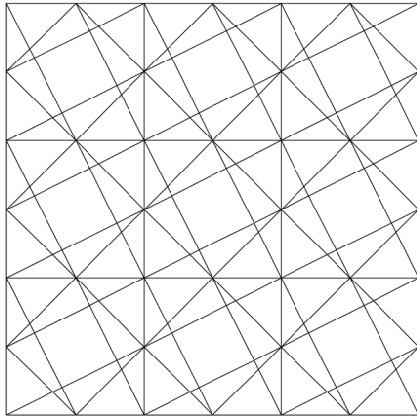


Fig. 50 : Plan base inférieure, paramètre idéal

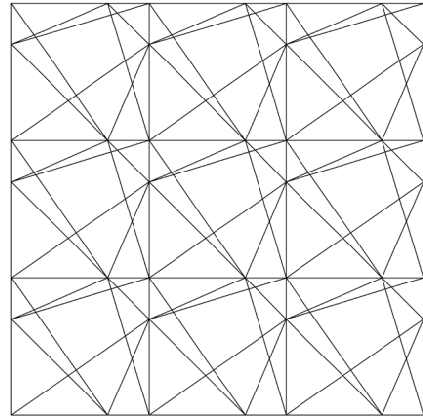


Fig. 51 : Plan base inférieure, paramètre différent

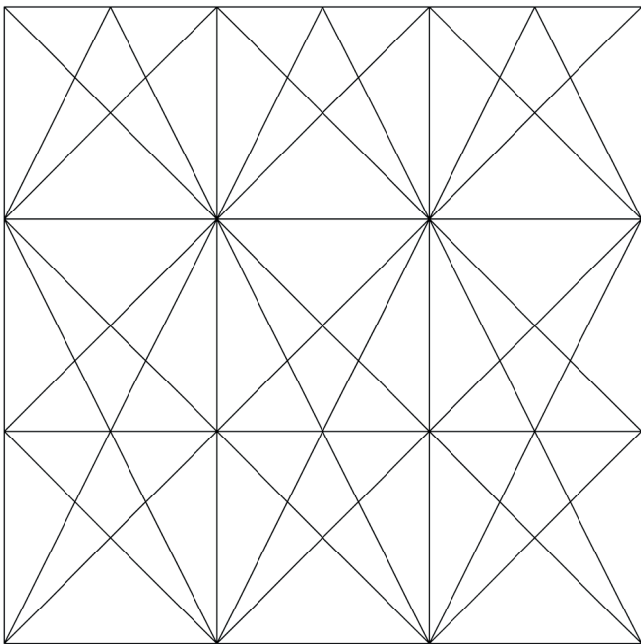


Fig. 52 : Élévation, géométrie avant la recherche de forme

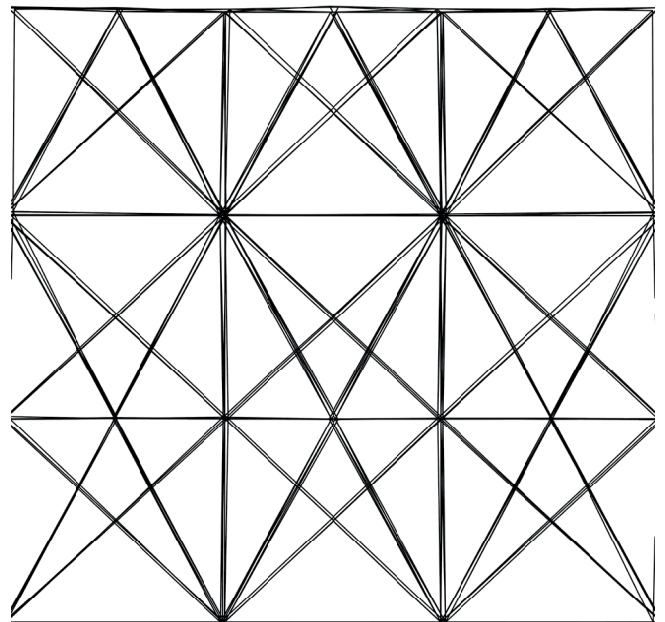


Fig. 53 : Élévation, géométrie après la recherche de forme

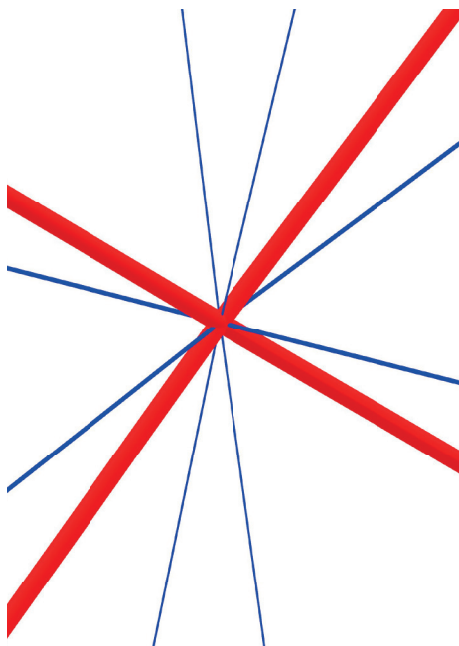


Fig. 54 : Nœud central présentant le plus d'éléments (4 barres et 8 câbles). Sections réelles calculées

base carrée» (Fig. 42). Ce réseau est le même que le réseau n°22 d'Emmerich (Fig. 41). On remarque que si les deux réseaux présentent théoriquement le même simplex et le même principe d'assemblage, les bases supérieures de chaque réseau ne dessinent pas exactement le même carré. Il semble que cette différence vienne d'une erreur de représentation d'Emmerich.

Principe de superposition : la superposition de type de réseau est assurée en retournant simplement le réseau, de manière à faire correspondre les bases des deux réseaux assemblés. Le réseau plan présente des barres continues, en superposant les réseaux verticalement nous assurons donc également la continuité verticale de l'ensemble. Alors que le système précédent fonctionne comme neuf colonnes reliées entre elles par des câbles, le système actuel fonctionne davantage comme un treillis 3D avec une pré-tension. Le paramètre modifiable principal de la géométrie initiale est la position des barres sur les arrêtes supérieures de chaque simplex. Comme précédemment, les barres de chaque simplex se rejoignent horizontalement, et dans le cas présent, également verticalement.

Description architecturale : Nous n'observons que très peu de différence entre la géométrie initiale et la géométrie après recherche de forme. Nous allons voir que cette faible différence provient du caractère géométrique rigide du réseau plan. Une pré-tension plus importante conduit au même effet d'indentation concave que dans le cas précédent.

Méthode de calculs appliquée : selon Wang, le réseau planaire qu'il a modélisé est géométriquement rigide ce qui est cohérent avec la continuité des barres. Dans notre cas, nous conservons une continuité verticale qui semble assurer la rigidité de l'ensemble. Si une recherche de forme préalable est possible dans le cas où la pré-tension intégrée n'est pas nulle, elle n'est cependant pas nécessaire. Si une analyse structurelle au 2nd ordre permet d'assurer le fonctionnement du système, elle peut néanmoins être remplacée par une étude au 1^{er} ordre pour gagner en rapidité dans le calcul.

Fonctionnement structurel :

- La répartition des efforts dans les barres et câbles semblent plus uniforme que dans le cas précédent. Les éléments au 1^{er} niveau en partant du bas restent plus chargés que les éléments supérieurs. Il est intéressant de voir que malgré le comportement a priori rigide de l'ensemble, la répartition des efforts reste relativement homogène. Ce comportement est probablement dû à la continuité des barres comprimées qui assure une continuité structurelle à travers l'ensemble du système.

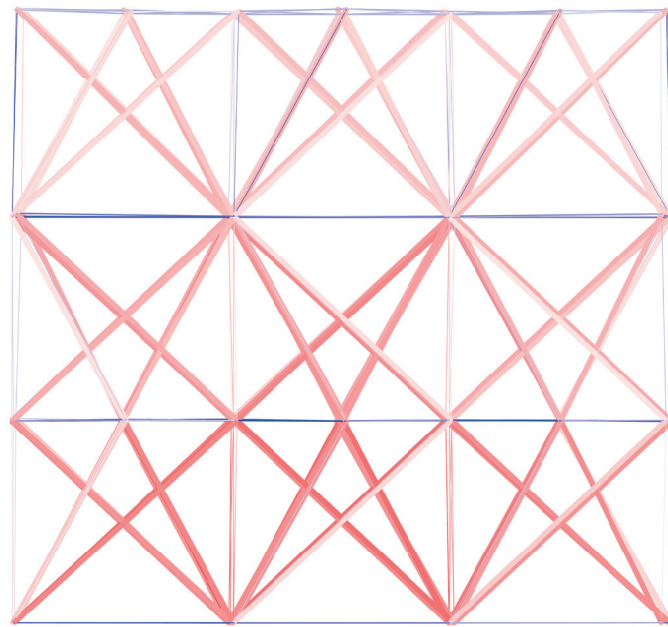
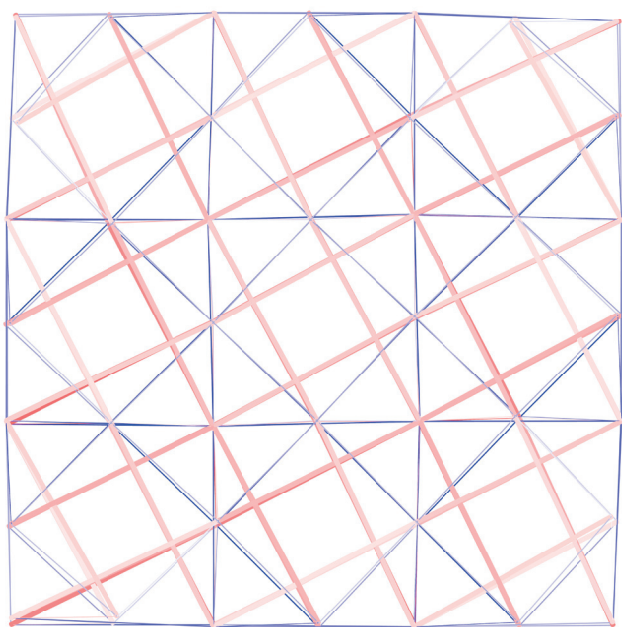
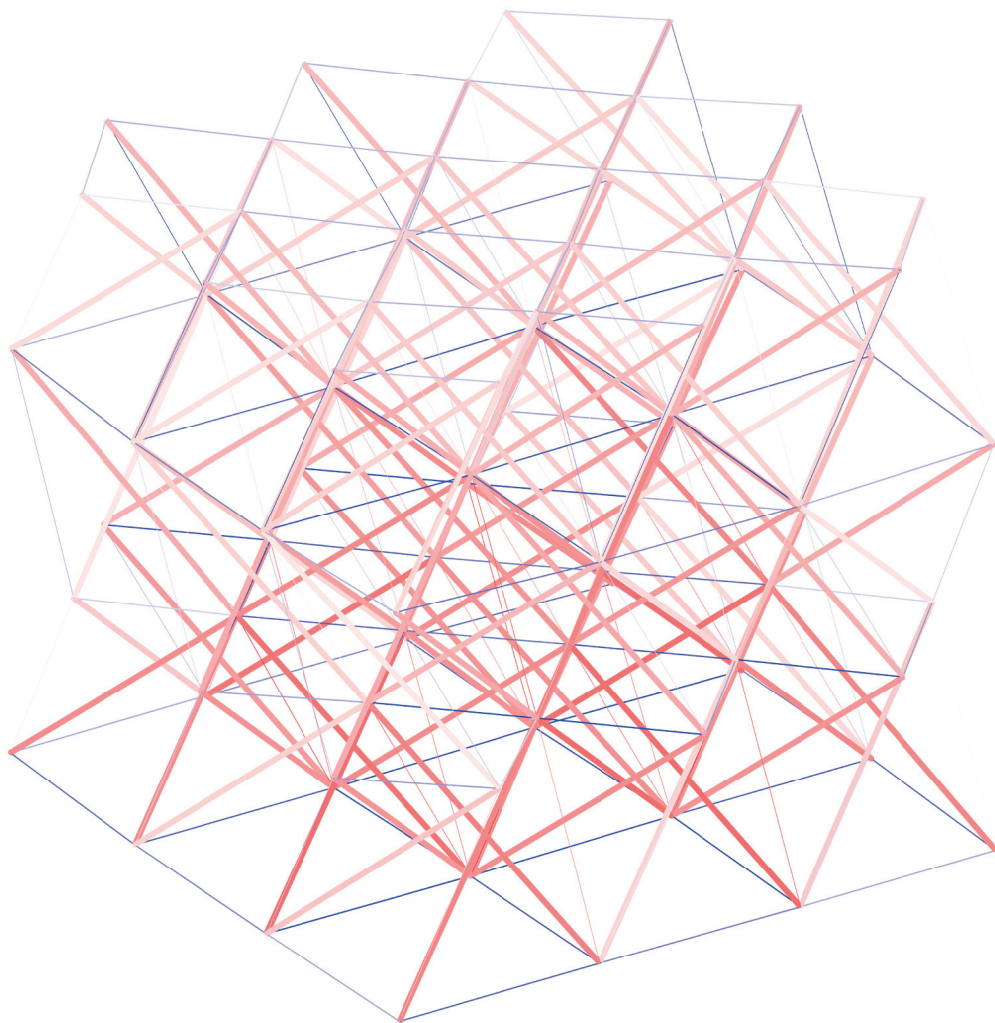


Fig. 55 : Axonométrie, plan, élévation du modèle avec continuité verticale et horizontale. Les barres en compression sont en rouge, les câbles en traction en bleu. Plus la couleur est vive, plus les efforts sont grands.

- Les câbles des bases horizontales intermédiaires subissent plus d'efforts que les câbles verticaux (comme en témoigne le bleu vif de ces éléments). Cette répartition est probablement liée à la rigidité de l'ensemble.
- Contrairement à la structure précédente, l'efficacité optimale du système est obtenue pour une pré-tension quasi nulle. Cependant, on observe que la rigidité de la structure entraîne un grand nombre de câbles détendus (105 pour un poids minimum de la structure globale). Nous avons donc choisi une valeur de pré-tension plus élevée de manière à réduire le nombre de câbles inutilisés (53 sur 228). Ce relâchement des câbles peut provoquer des clashes constructifs et donner un aspect architectural déplaisant. De plus, en fonction des forces extérieures qui s'appliquent, les câbles concernés varient en permanence. En diminuant le nombre de câbles relâchés, nous parvenons ainsi à assurer l'utilisation structurelle correcte de chaque élément.

3.4 Charpente métallique standard

Présentation : cet exemple sert de point de comparaison pour les systèmes autotendants. Il s'agit d'une charpente métallique standard, les éléments sont décomposés en 3 types : les poteaux, les poutres et les diagonales de contreventement.

Principe de superposition : l'ensemble des éléments sont supposés bi-articulés comme dans le cas des autotendants. Ainsi les éléments ne subissent que des efforts axiaux. Chaque niveau est rigidifié par 5 plans de contreventements qui rigidifient la structure.

Description architecturale : aucune recherche de forme n'est nécessaire, la géométrie finale est donc la même que la géométrie initiale.

Méthode de calculs appliquée : le système ne nécessite aucune pré-tension pour être stable. Les déplacements étant faibles une analyse au 1^{er} ordre est suffisante pour obtenir les résultats souhaités.

Fonctionnement structurel : De manière similaire au premier cas étudié, nous retrouvons les 9 colonnes (ici les 9 poteaux). Ces poteaux sont reliés entre eux par des plans rigides verticaux et horizontaux qui permettent de transférer les effets du vent aux appuis. Sans étonnement, les poteaux aux centres reprennent le plus de charges verticales. Les poteaux

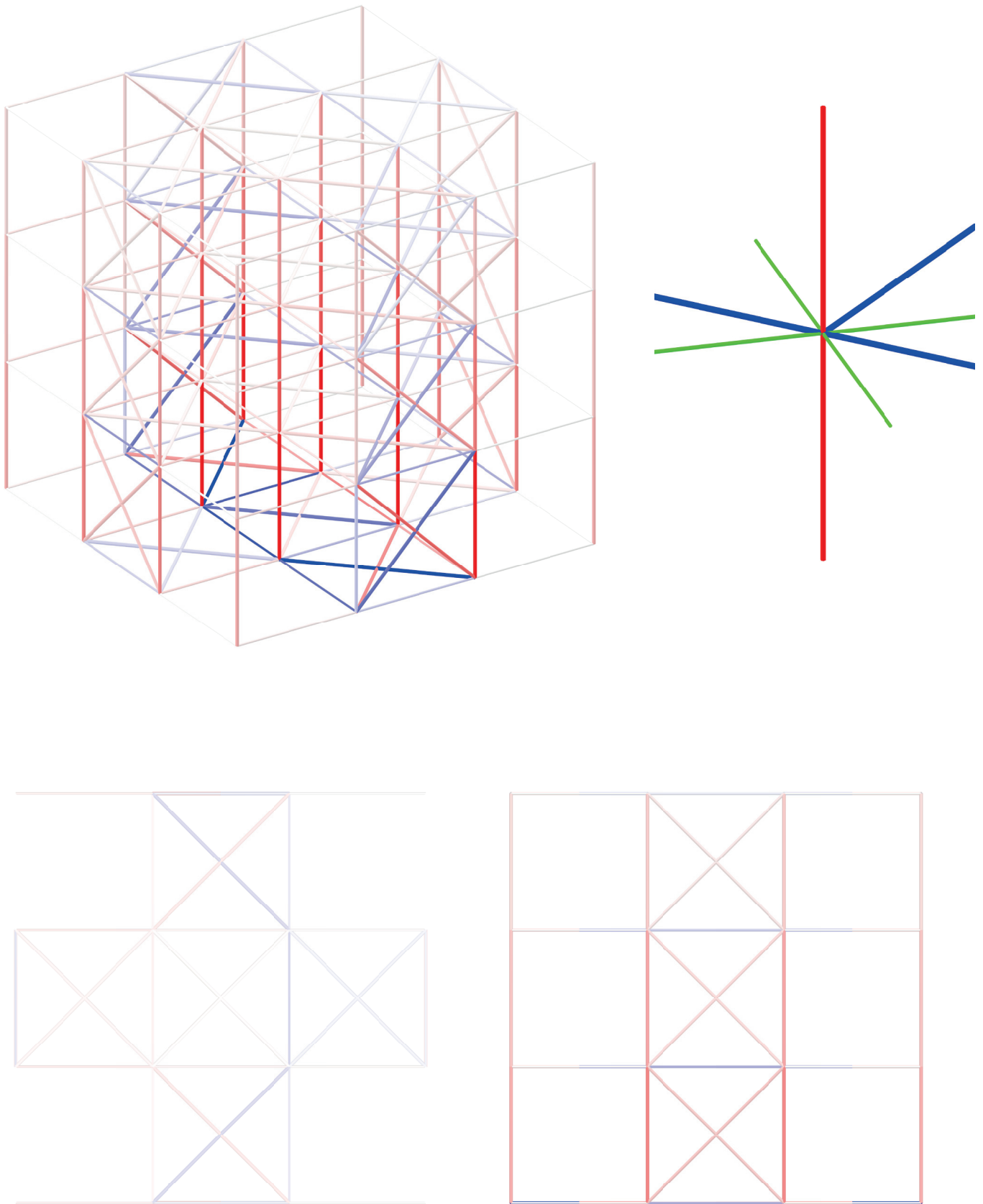


Fig. 56 : Axonométrie, plan, élévation du modèle de charpente métallique standard. Les barres en compression sont en rouge, les câbles en traction en bleu. Plus la couleur est vive, plus les efforts sont grands.

en périphérie qui sont le plus chargés sont ceux bordés de diagonales (les charges horizontales sont transformées en efforts verticaux dans les poteaux. Plus généralement, les efforts se répartissent de manière non uniformes. Nous retrouvons les valeurs les plus élevées aux points localement rigides. Une répartition plus homogène pourrait être obtenue en démultipliant le nombre de diagonales.

3.5 Synthèse

Alors qu'Emmerich, Motro, Wang et Hanaor ont réalisé des études formelles et structurelles sur des réseaux autotendants plans, c'est-à-dire voués à être utilisés comme couverture soutenue en périphérie, nous avons étudiés les caractéristiques architecturales et structurelles de réseaux tri-dimensionnels. La continuité des barres comprimées est ainsi étudiée à la fois horizontalement et verticalement. La synthèse de Wang quant à son étude de réseaux plans reste valable dans notre cas :

« Les réseaux autotendants ne sont pas efficaces structurellement, malgré l'utilisation de câbles à haute résistance pour les éléments en tension et la bi-articulation des barres en compression, car ils ne suivent pas le chemin dominant de transfert de charges »¹

En effet, dans le cas d'un réseau plan, les efforts doivent être transmis horizontalement jusqu'aux appuis périphériques. Dans le cas d'un réseau 3D, les efforts doivent être transmis verticalement. En assurant la continuité verticale nous assurons un meilleur transfert des efforts qu'avec une continuité horizontale. En assurant la continuité verticale et horizontale, l'ensemble se comporte comme un treillis 3D plus rigide. Sans continuité, l'apparition de mécanismes infinitésimaux (Partie 1. Chapitre 3) rend la structure beaucoup moins efficace².

Les deux chercheurs confirment que les réseaux avec continuité des barres comprimées sont plus efficaces que ceux sans continuité. Les réseaux avec continuité sont «considérablement plus rigides que leurs homologues sans continuité»³. Nous avons également fait cette observation avec l'étude de réseaux 3D avec continuité verticale et horizontale. Les déplacements engendrés pour ce système autotendant sont inférieurs à ceux observés pour la charpente métallique standard étudiée. De manière similaire aux

1 WANG, B., *Free-Standing Tension Structures : From Tensegrity Systems to Cable-Strut Systems*, CRC Press, 2019, p.69.

2 HANAOR, A., « Debunking 'Tensegrity' - a personal perspective », *International Journal of Space Structures*, IASS, Vol. 27, 2012.

3 *Op cit*, HANAOR, p.181

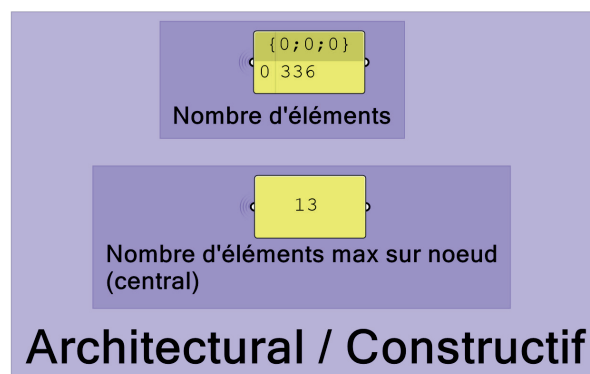
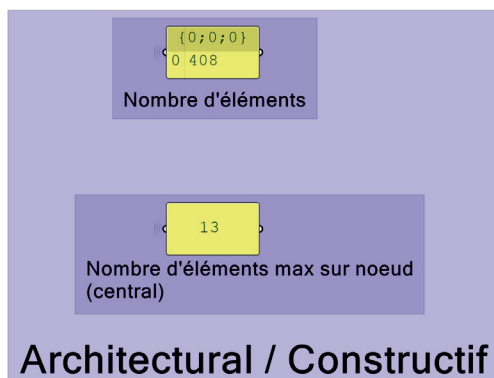
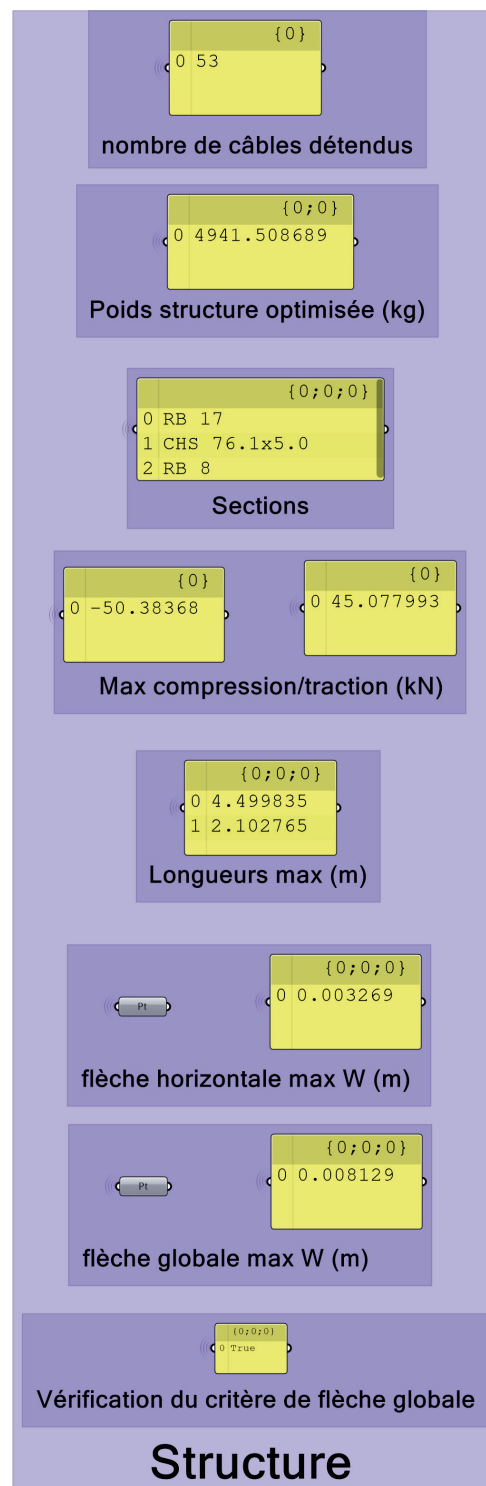
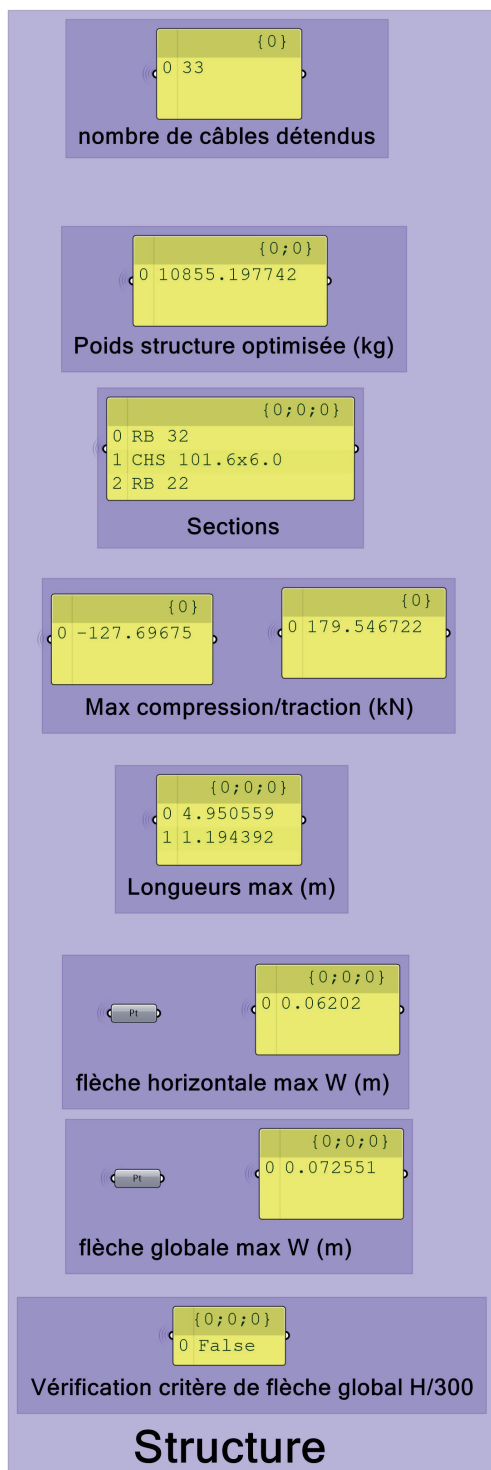


Fig. 57 : Résultats des trois études de cas réalisées

0

nombre de câbles détendus

{0;0}

0 3841.541766

Poids structure optimisée (kg)

{0;0;0}

0 CHS 76.1x4.0
1 CHS 48.3x5.0
2 CHS 76.1x2.6

Sections

{0}

0 -86.401266

{0}

0 27.920613

Max compression/traction (kN)

{0;0;0}

0 4.242641
1 3

Longueurs max (m)

Pt

{0;0;0}

0 0.008964

flèche horizontale max W (m)

Pt

{0;0;0}

0 0.009288

flèche globale max W (m)

{0;0;...}

0 True

Vérification critère de flèche global H/300

Structure

{0;0;0}

0 208

Nombre d'éléments

9

Nombre d'éléments max sur noeud (central)

Architectural / Constructif

Le système 1 est moins rigide que le 2, le nombre de câbles relâchés est inférieur

La charpente métallique classique est la plus légère, mais en réduisant la pré-tension dans le système 2, le poids global est inférieur (2940kg)

Les sections correspondent aux efforts max appliqués. Il est important de rappeler que ces sections ne sont pas dimensionnées à la flexion, toutes les charges sont reportées aux points du système

Les systèmes autotendants présentent tous les deux une meilleure répartition globale des efforts

Les barres comprimées sont en moyenne 60% plus longues dans les systèmes autotendants que dans le système classique. La longueur de flambement étant plus longue, les sections sont plus importantes et le poids global est augmenté.

Les critères de déplacements sont vérifiés dans chaque système. Les déplacements minimums sont observés dans le système 2.

Le nombre de barres est le même dans chaque système, le nombre de câbles varie. Le système 1 présente le plus d'éléments si nous considérons que les câbles ne sont pas continus.

De manière assez étonnante, le système qui présente le plus d'éléments présente également les nœuds les plus simples (le système 1 avec 7 éléments).

études portées par Wang et Motro¹ nous avons remarqué que les efforts se répartissent de manière non uniforme à travers la structure et cette répartition dépend fortement de la position des appuis. En effet, si les appuis ne permettent pas le déplacement des barres, des contraintes plus importantes sont observées. Dans nos systèmes optimaux, le strict minimum d'appuis sont fixes, les autres sont glissants.

La principale différence entre les études menées par Motro et Wang porte sur l'efficacité de la structure en fonction de la pré-tension introduite. En effet, selon Wang, la pré-tension permet de rendre la structure plus rigide et diminue le nombre de câbles relâchés mais augmente le poids de la structure (avec l'augmentation des efforts internes les sections sont plus importantes). Dans notre cas, nous observons que chaque système autotendant étudié peut fonctionner sans pré-tension initiale mais le poids de la structure n'est pas optimal. Le poids optimal est en effet obtenu pour une valeur intermédiaire de pré-tension (valeur utilisée à la fois dans la recherche de forme et l'analyse structurale).

¹ MOTRO, R., *Tensegrity : Structural Systems for the Future (1re éd.)*, Butterworth-Heinemann, 2006, p. 135.

4. Optimisations de modélisation et de conception

4.1 Généraliser la paramétrisation de la géométrie initiale

Nous avons vu que la génération de la géométrie initiale dépendait principalement de la méthode de génération des bases inférieures et supérieures. Dans notre cas, en n'utilisant qu'un seul type de simplexe (le prisme à base carrée), la complexité de modélisation des bases concernées est réduite. Ensuite, nous avons généré ces bases par l'intermédiaire d'un quadrillage carré qui est également toujours le même. Finalement, pour modéliser les différents principes d'assemblages nous avons dû réaliser deux scripts différents. Nous comprenons que l'efficacité de la méthode mise en place peut vite atteindre ses limites dans l'objectif de modéliser simultanément une multitude de simplexe et de types d'assemblages.

Une première manière d'optimiser la génération de la géométrie initiale est donc d'utiliser une méthode plus générale de modélisation des bases polygonales inférieures et supérieures des réseaux. La méthode principale consiste à s'appuyer sur la création d'un maillage polygonal pour créer les bases supérieures et inférieures. Le chercheur Tomohiro Tachi a été l'un des premiers à développer cette méthode. Le maillage polygonal est d'abord transformé en maillage triangulaire en subdivisant les faces non triangulaires. Les côtés de chaque maille triangulaire sont réorientés, leur longueur est modifiée et ils sont finalement reconnectés. Les éléments discontinues du maillage triangulaire forment les barres en compression et les lignes créées deviennent les câbles du système¹ (Fig. 58). Dans son mémoire de Master, Ye Feng s'est servi de cette méthode pour générer des systèmes autotendants à membrane². Les câbles sont remplacés par une membrane élastique.

L'intérêt de cette méthode est qu'elle est applicable à n'importe quelle forme libre (Fig. 59). En revanche les études réalisées avec cette méthode utilisent toujours le même type de maillage initial (triangulaire) ce qui conduit à un seul type de simplexe et d'assemblages entre simplexe. Le système autotendant final est une adaptation des systèmes en diamant, les barres sont assemblées sans continuité.

1 TACHI, T., *Interactive freeform design of tensegrity*, The University of Tokyo, 2013, p.3.

2 FENG, Y., *Design of Freeform Membrane-Tensegrity Structure*, Aalto University, 2019, p.36.

Une méthode similaire utilise également un maillage initial, nommé tessellation ou pavage (Fig. 60) :

« Les tessellations, ou pavages, sont des partitions du plan par des polygones réguliers groupés dans des assemblages planaires: la somme des angles polygonaux autour d'un sommet commun étant 360° . »¹

Cette tessellation est également transformée en maillage triangulaire puis une méthode nommée Rot-Umbela Manipulation² permet de générer la discontinuité des barres. Elle consiste en la création d'une 'ouverture' dans le maillage aux endroits de contacts entre les barres continues. Alors que la méthode de Tachi modifie directement les côtés d'un maillage triangulaire, la méthode Rot-Umbela crée un nouveau maillage compatible qui peut être directement transformé en réseau autotendant. Alors que le développement de la méthode de Rot-Umbela est récente, il est intéressant de savoir qu'Emmerich avait développé environ 70 tessellations différentes dans l'optique de les utiliser pour générer des réseaux autotendants plans. De plus, cette méthode a permis de générer d'une autre façon des systèmes autotendants déjà imaginés³. Ludovic Regnault a également utilisé cette méthode dans son PFE pour générer une surface à double courbure à partir d'un réseau plan entrelacé initialement conçu par Emmenrich (réseau 6x3B, n°21)⁴.

La méthode du Rot-Umbela présente l'intérêt d'être applicable à une multitude de tessellations, et les 'ouvertures' créent dans le maillage peuvent mener à différents types de simplex et différents types d'assemblages : par contact, semi-contact ou sans contact (Fig. 61). Si cette méthode permet de produire une plus grande diversité de réseaux que la méthode de Tachi elle semble être néanmoins limitée à des simplex de types antiprisme ou antipyramide.

Une méthode supplémentaire consiste non plus à réfléchir en maillage 2D mais en empilement de polyèdres 3D. Les systèmes autotendants découlent de divers polyèdres (antipyramidaux et antiprismatiques dans les cas étudiés) empilés. Emmenrich a également travaillé sur ce type de conception. Il a dessiné environ 40 types d'empilements de polyèdres

1 EMMERICH, D. G., *Systèmes stéréométriques et structures autotendantes*, [Rapport de recherche], Ministère de l'environnement et du cadre de vie / Comité de la recherche et du développement en architecture (CORDA), École nationale supérieure d'architecture de Paris-La Villette, 1979, p. 22.

2 GOMEZ-JAUREGUI, V., OTERO, C., ARIAS, R., MANCHADO, C., *New configurations for double-layer tensegrity grids*, 2010, p. 7.

3 *Ibid.*, p. 8.

4 REGNAULT, L., *Massive Lightness*, ENSAV, 2018, p. 31.

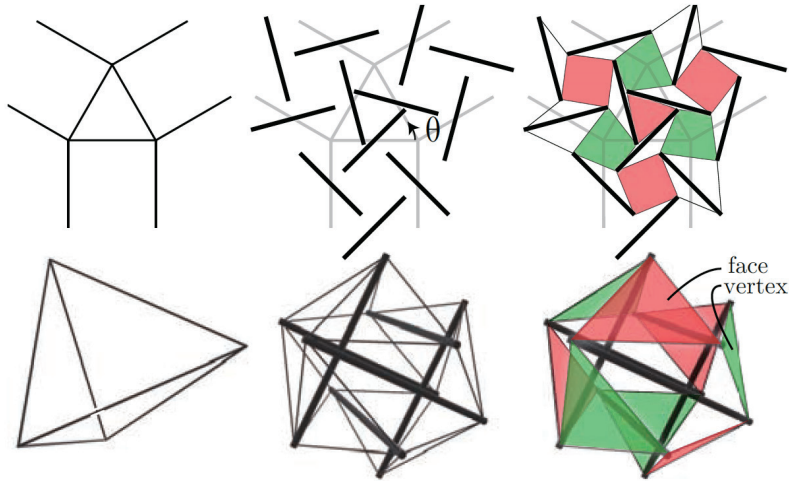


Fig. 58 : Principe de génération par rotation des côtés. Tachi. 2013

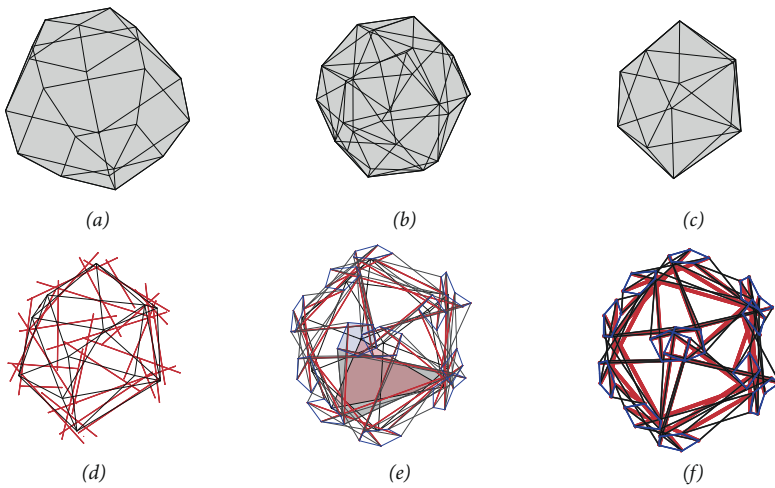


Fig. 59 : Adaptation de la méthode de génération par rotation des côtés. Feng. 2019

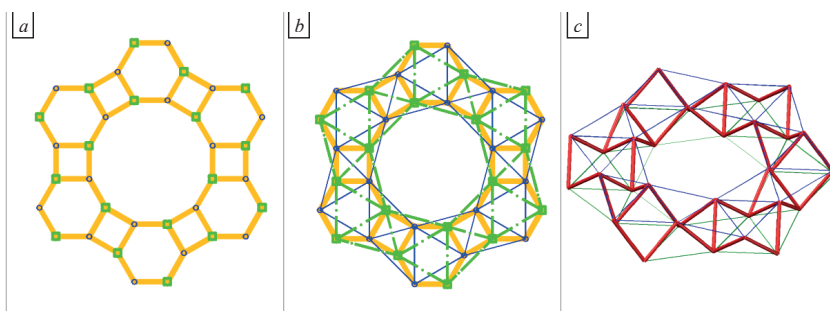


Fig. 60 : Décomposition d'une tessellation semi-régulière en treillis classique 3D. Gomez-Jauregui. 2010

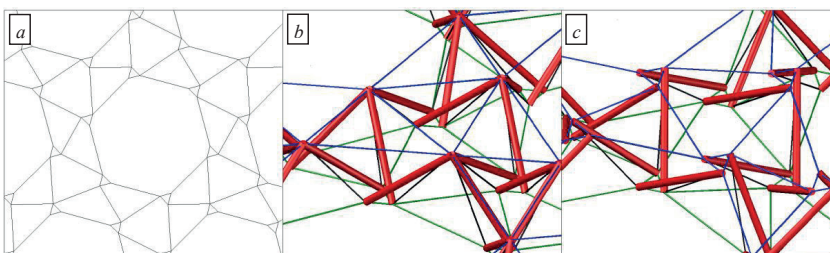


Fig. 61 : Transformation de la tessellation précédente en autotendant sans continuité des barres. Méthode Rot-Umbela. Gomez-Jauregui. 2010

catégorisés comme empilements compacts ou lâches et qui utilisent des systèmes qu'il nomme platoniques, archimédiens, composites, prismatiques et automorphes¹. Feng a également réalisé une définition Grasshopper qui génère une structure autotendante qui suit la trajectoire d'une courbe quelconque à partir d'un empilement de tétraèdres (Fig. 64). Lors de la conférence DigitalFUTURES, qui rassemble des architectes et ingénieurs du monde entier pour partager leurs connaissances des outils numériques, Arturo de la Fuente² a partagé une méthode de conception de structures autotendantes qui utilise également ce principe d'empilements de polyèdres. Cette méthode présente l'intérêt de ne plus réfléchir simplement par empilement de réseaux 2D, mais plutôt en terme d'assemblages de simplex 3D.

Finalement, une dernière piste d'optimisation est l'utilisation des données de connectivités entre les barres. Emmerich catégorise les simplex qu'il a imaginé avec cette méthode (Fig. 63). Les numéros représentent les sommets du simplex. Un carré à moitié rempli (triangle noir) correspond à un câble entre les sommets correspondants. Si le carré est entièrement rempli, une barre relie les sommets correspondants. Nous pourrions imaginer une définition grasshopper qui traduit une matrice de connectivité en une structure autotendante. Il faudrait néanmoins pouvoir évaluer la faisabilité d'une structure à partir de la matrice.

4.2 Inverser le processus de recherche de forme

Nous avons vu que le processus de recherche de forme transforme une géométrie initiale en une géométrie en équilibre soumise à des forces similaires au monde physique. Ce travail est comparable à la réalisation d'une maquette réelle, qui une fois montée, se déplace légèrement avant de trouver son équilibre. Le principal inconvénient de cette méthode est que nous contrôlons les paramètres d'entrée et non la forme finale. Il est en effet plus compliqué de définir la forme d'arrivée et d'en déduire la forme initiale qui permet d'y aboutir. Deux méthodes apportent un meilleur contrôle de la forme finale.

La première consiste à intégrer le processus de recherche de forme dans une boucle pour modifier par itérations les paramètres d'entrée de manière à ce que la forme finale s'approche au mieux de la forme souhaitée. Le composant Anemone³ pour Grasshopper

1 *Op cit.*, *Systèmes stéréométriques et structures autotendantes*, p. 163-213.

2 LA FUENTE, A., *Tensegrity code Workshop_DigitalFUTURES world*, 2020, [Vidéo], YouTube, <https://www.youtube.com/watch?v=MyyXjlhWAVk>

3 *Anemone*, (2021, 23 novembre), Food4Rhino, <https://www.food4rhino.com/en/app/anemone>

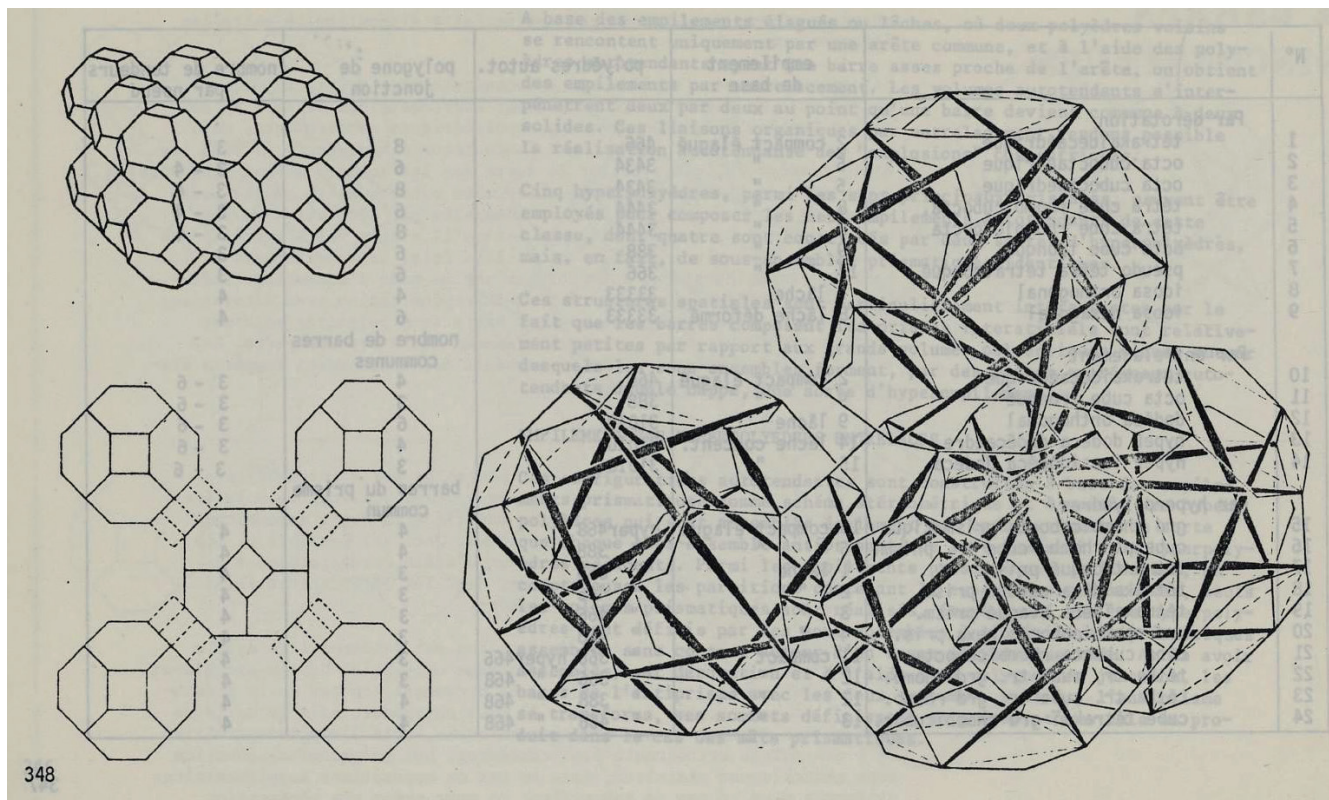


Fig. 62 : Autotendant par empilement. Tétrakaïdécaédrique élagué par rotation. Emmerich. 1972.

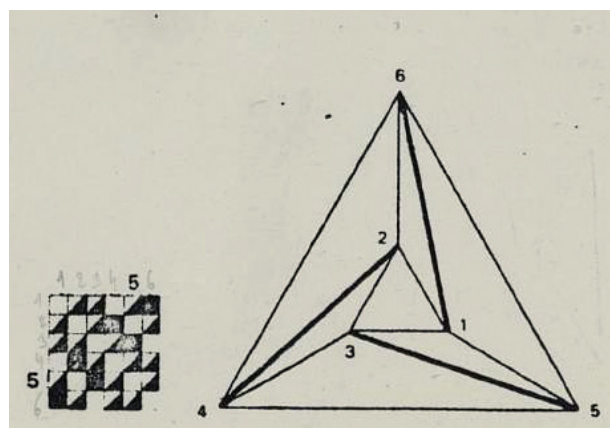
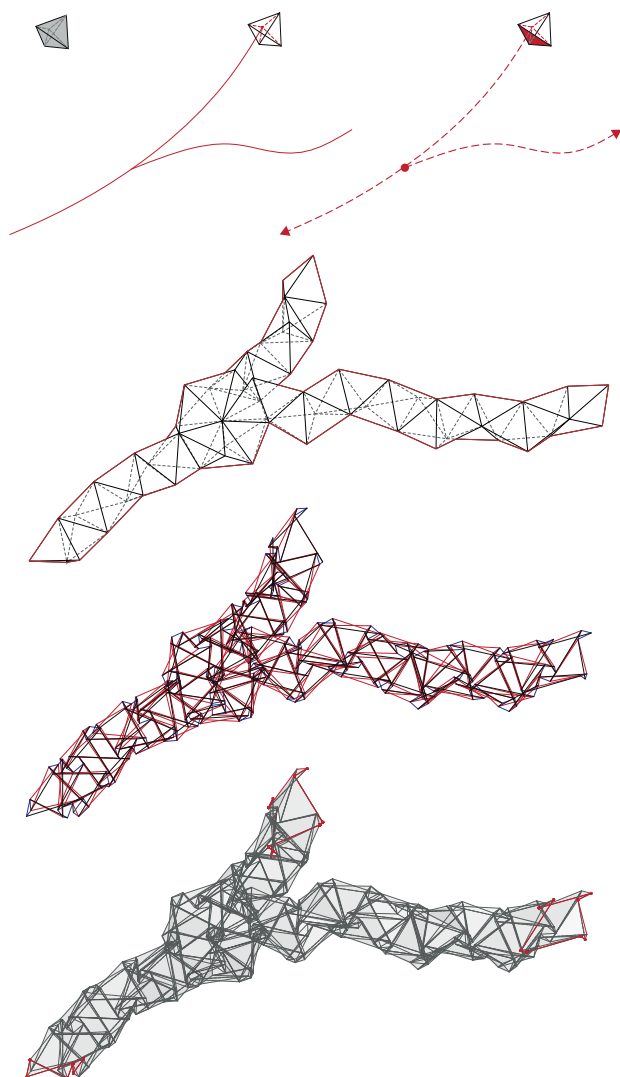


Fig. 63 : Graphe et matrice de connectivité d'un antiprisme à base triangulaire. Emmerich. 1972.

Fig. 64 : Autotendant par empilement de tétraèdres selon une courbe. Feng. 2019.

permettrait de réaliser cette boucle.

La seconde méthode consiste à réaliser une première recherche de forme avec une forme relativement proche de la forme souhaitée et ensuite de la modifier manuellement pour parvenir à un résultat satisfaisant. Tachi propose une méthode similaire qui permet de modifier la structure et de réaliser la recherche de forme simultanément.

4.3 Simplifier le calcul structurel

La méthode mise en place pour déterminer la répartition des efforts dans les éléments utilise des outils numériques disponibles aux architectes et ingénieurs. Ceux-ci permettent, en les combinant, d'obtenir une multitude d'informations. Néanmoins, ces résultats sont sensibles aux conditions initiales donc la superposition d'outils (Kangaroo et Karamba) peut remettre en question la validité des résultats. Cette interrogation tient au fait que les conditions initiales de chaque algorithme de calcul, à la fois de la recherche de forme et de l'analyse structurale, doivent être strictement équivalentes. Une manière de résoudre cette incertitude est de traduire les données d'entrée de l'analyse structurale en données compatibles avec l'algorithme de Kangaroo. Il s'agirait de convertir la rigidité axiale des éléments (la section et le matériau) en une entrée de 'force' qui caractérise les lignes dans Kangaroo.

Une autre manière d'éviter cette incertitude serait d'utiliser un seul algorithme de calcul pour obtenir les efforts et les déplacements qui nous intéressent. Les efforts pourraient être obtenus avec Kangaroo en convertissant les elongations ou rétrécissements en efforts internes (par l'intermédiaire de la loi de Hook). Le calcul des déplacements peut lui être obtenu en comparant la position du point qui se déplace avec plusieurs modes de chargement (avec ou sans vent, avec ou sans pré-tension). L'utilisation directe de la relaxation dynamique simplifie le calcul et limite les incertitudes de données d'entrée.

Finalement nous avons vu que la caractérisation de la rigidité géométrique permet de prévoir le comportement de la structure et la méthode de calcul à adopter. Il suffit de connaître le nombre d'états de auto-contrainte et le nombre de mécanismes pour savoir si la structure est rigide, flexible ou déformable (Partie 2. Chapitre 1. §1). Pour rappel, les mécanismes (finis ou infinitésimaux) sont des mouvements (rotation, translation) que la structure peut subir à divers endroits. Ces mécanismes peuvent être activés ou non et ainsi mettre en mouvement la structure. De manière à stabiliser ces mécanismes, des états

d'auto-contrainte peuvent apparaître pour rigidifier le mécanisme et le rendre quasiment inactif. Wang¹ et Motro² rappellent que le nombre d'états d'auto-contrainte s et le nombre de mécanismes m sont donnés par :

$$s = N_e - r_G$$

$$\text{et } m = 3N_j - N_c - r_G$$

où N_e , N_j et N_c représentent respectivement le nombre d'éléments (barres et câbles), le nombre de nœuds et le nombre de conditions d'appuis. r_G représente (le rang de la matrice d'équilibre).

N_e , N_j et N_c peuvent être déterminés simplement en les énumérant. En revanche le calcul du rang de la matrice d'équilibre nécessite d'abord l'établissement de la matrice et ensuite le calcul de son rang.

Wang indique que pour établir la matrice d'équilibre il faut déjà que la structure soit en équilibre. Une recherche de forme préalable peut donc être réalisée. De la recherche de forme nous pouvons déduire les coordonnées des nœuds qui nous permettent de définir la matrice d'équilibre. Si cette étude matricielle était directement intégrée dans notre définition Grasshopper nous pourrions directement évaluer la rigidité d'une structure et surtout ajouter des câbles ou barres précisément pour éliminer les mécanismes et ainsi rigidifier la structure.

Gan propose une méthodologie complète³, qui s'appuie sur les travaux de Pellegrino⁴ et Calladine⁵, pour déterminer s et m et la validité des états d'auto-contrainte correspondant.

1 Op cit., *Free-Standing Tension Structures : From Tensegrity Systems to Cable-Strut Systems*, p. 27.

2 Op cit., *Tensegrity : Structural Systems for the Future (1re éd.)*, p.132.

3 GAN, B. S., « Form-Finding of a Tensegrity », *Computational Modeling of Tensegrity Structures : Art, Nature, Mechanical and Biological Systems (1st ed. 2020 éd.)*, Springer, 2019, p. 70-103.

4 PELLEGRINO, S., *Mechanics of Kinetically Indeterminate Structures*, University of Cambridge, 1986.

5 CALLADINE, C. R., *Buckminster Fuller's Tensegrity structures and Clerk Maxwell's rules for the construction of stiff frames*, ScienceDirect, 1978, <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0020768378900525>

4.4 Préciser les études structurelles

Pour rendre une structure constructible, l'ensemble des variables qui sont susceptibles d'avoir une influence sur le fonctionnement structurel final doivent être considérées. Nous avons identifié plusieurs facteurs qui peuvent influencer le résultat final :

- Les fabricants d'éléments métalliques respectent les longueurs souhaitées avec une certaine tolérance. Or, la variation de longueur de barres ou de câbles dans un réseau autotendant entraîne une modification de la répartition des efforts internes. Motro¹ et Quirant² proposent une méthode statistique pour, à partir de tolérances de fabrication standard, déterminer une multitude d'états d'équilibre de la même structure avec à chaque fois une répartition adaptée des efforts internes. Ces multiples valeurs permettent de définir un intervalle acceptable pour les valeurs retrouvées dans la structure construite. Regnault a réalisé un prototype en bambou dans lequel les longueurs des barres sont susceptibles de varier de 25%³. De manière à optimiser la moyenne des longueurs de barres de module en module, il mesure la longueur réelle des barres en bambou fabriquées puis les intègre dans un algorithme génétique qui détermine la meilleure position pour chaque barre dans la nappe. Si les longueurs des barres varient de 25%, la variation des moyennes de longueur de barres de chaque module n'est elle que de 2%.
- Nous avons identifié les nœuds qui présentaient le plus d'éléments mais les conséquences structurelles de ce type de détail ne sont pas étudiées. Deux points peuvent être problématiques : la rigidité réelle des nœuds et l'apparition de moments parasites. La rigidité réelle des nœuds renvoie à la faisabilité de nœuds parfaitement articulés. Quirant évoque l'influence négative de nœuds avec un seul axe de rotation⁴. L'intégration d'une certaine rigidité dans un nœud implique l'apparition de moments de flexion qui participent au dimensionnement final. À ce premier type de moment supplémentaire s'ajoute les moments parasites qui résultent du non alignement des axes neutres des éléments. Si de nombreux éléments se rejoignent en un seul point,

1 *Op cit., Tensegrity : Structural Systems for the Future (1re éd.)*, p.150.

2 QUIRANT, J., *Conception de systèmes structuraux autocontraints, légers et pliables : de la théorie à la mise en oeuvre*, Mécanique des structures [physics.class-ph], Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2014, .tel-00995350, p. 30.

3 REGNAULT, L., *Massive Lightness*, ENSAV, 2018, p. 45.

4 *Op cit.*, QUIRANT, p. 48.

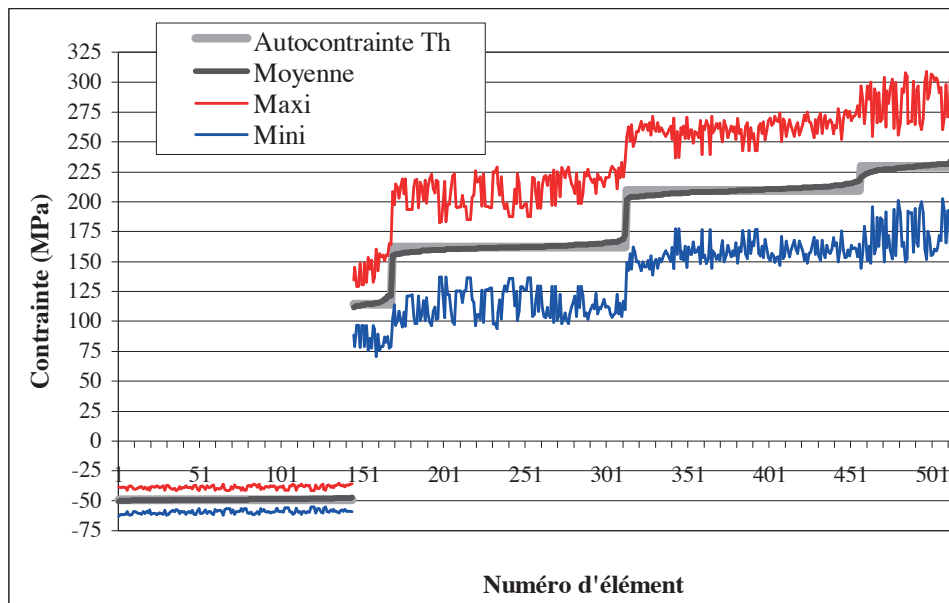


Fig. 65 : Valeurs maximales et minimales possibles dans les barres (en prenant en compte les tolérances de fabrication). Quirant. 2014

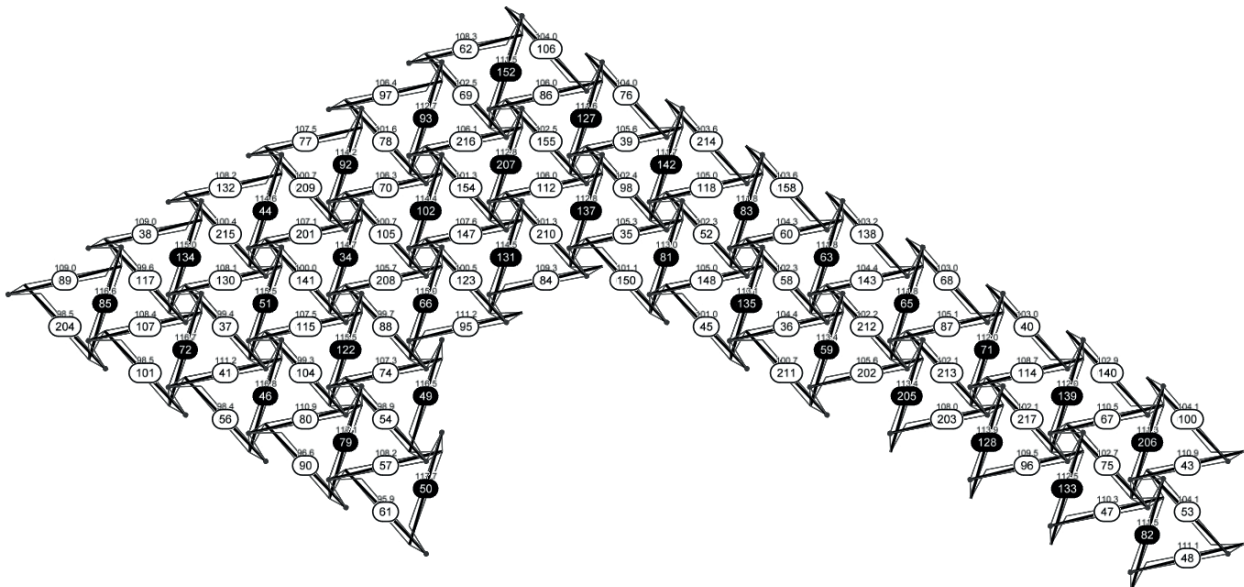


Fig. 66 : Plan de la nappe aplatie avec la position optimale de chaque barre réelle. Renault. 2018.

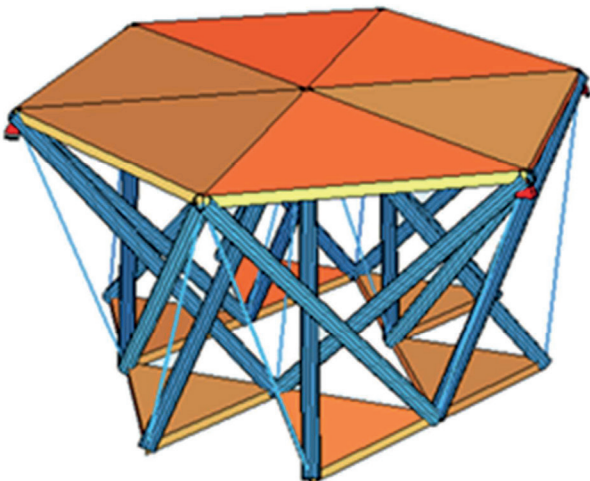


Fig. 67 : Axonométrie. Autotendant avec plaques intégrées. Martyniuk-Sienkiewicz. 2020.

le détail d'assemblage peut s'avérer volumique et les axes des barres peuvent ne plus être alignés. Ce décalage des axes entraîne l'apparition d'efforts parasites qui sont également à prendre en compte dans le dimensionnement.

- Les bâtiments sont composés d'une multitude d'éléments qui, en grande partie, ne participent pas au calcul structurel. Un élément principal que nous n'avons pas pris en compte est l'existence de planchers. Or les planchers participent la plupart du temps à la stabilisation de la structure. Des premières études ont été menées sur la conception de structures autotendantes à plaques (Annexe). Il serait intéressant d'évaluer l'influence de plans rigides dans la rigidité finale d'une structure autotendante

Conclusion

Ce qui me semble toujours aussi fascinant à l'égard des structures autotendantes est leur extrêmement courte et passionnante vie. Il ne s'est écoulé que quelques décennies entre les premières maquettes en mikado qu'Emmerich a fabriqué étant alité et la critique écrasante provenant d'ingénieurs qui ont pourtant consacré leur vie à la tensegrité. J'ai eu le plaisir de rencontrer Sara Emmerich, la fille de David-Georges Emmerich, qui m'a partagé son regard sur le rapport de son père aux autotendants. Le principal trait que j'en retiens est l'intérêt de son père pour l'art. David-Georges s'est formé à l'architecture aux Beaux-Arts de Paris où il côtoyait principalement un cercle d'artistes. Il passait chaque semaine aux institutions de ventes aux enchères de la rue Drouot pour s'offrir une toile du constrictivisme russe, courant artistique qu'il chérissait particulièrement. Il me semble que les centaines de dessins à la main d'autotendants, de tessellations, de polyèdres et de géométries diverses trouvent leur justification dans cet intérêt pour l'art, sans que cela ne tache sa vision sociale et politique. Pour reprendre les termes du tout premier inventeur, Karl loganson (artiste constructiviste russe), d'une sculpture autotendante :

« De la peinture à la sculpture, de la sculpture à la construction, de la construction à la technologie et à l'invention - ainsi est la voie que j'ai choisie, et ainsi sera sûrement l'objectif ultime de tout artiste révolutionnaire... »¹

Replacer les systèmes autotendants dans ce contexte artistique permet de mieux comprendre la méthodologie de travail d'Emmerich et son intérêt particulier pour les autotendants sans contact qui rompent avec la tradition constructive des deux millénaires passés. Pour répondre à notre interrogation, pourquoi les autotendants ne trouvent pas davantage d'applications constructives, il me semble que la réponse rapide est de mettre en avant leur inefficacité structurelle. Néanmoins, je pense aussi qu'il reste de nombreuses formes autotendantes, qui ne correspondent pas strictement à la définition donnée, qui n'ont pas bénéficié de suffisamment d'études architecturales (habitabilité) et structurelles.

Bibliographie

Ouvrages :

- BURKHARDT, R.W., *A practical guide to tensegrity design*, 2008.
- EDMONDSON, A. C., *A Fuller Explanation : The Synergetic Geometry of R. Buckminster Fuller*, Birkhäuser, 1987.
- GABRIEL, J., *Beyond the Cube : The Architecture of Space Frames and Polyhedra*, Wiley, 1997.
- GAN, B. S., *Computational Modeling of Tensegrity Structures : Art, Nature, Mechanical and Biological Systems* (1st ed. 2020 éd.), Springer, 2019.
- HEARTNEY, E., *Kenneth Snelson : Forces Made Visible* (Har/Com éd.), Hudson Hills, 2009.
- LÓPEZ-PÉREZ, D., ZAERA-POLO, A., ALLEN, S. R., *Buckminster Fuller : World Man (The Kassler Lectures)* (First Edition), Princeton Architectural Press, 2013.
- MOTRO, R., *Anthology of Structural Morphology*, AN (Illustrated éd.), World Scientific Publishing Company, 2009.
- MOTRO, R., *Tensegrity : Structural Systems for the Future* (1re éd.), Butterworth-Heinemann, 2006.
- PREISINGER, C., *User Manual*, Karamba 3D, 2019.
- PUGH, A., *An Introduction to Tensegrity*, Amsterdam University Press, 1976.
- SKELTON, R. E., OLIVEIRA, M. C., *Tensegrity Systems*. Springer Publishing, 2009.
- THIBAUT, E., *Géométrie des émotions, Les esthétiques scientifiques de l'architecture en France, 1860-1950*, Mardaga, 2010.
- WANG, B., *Free-Standing Tension Structures : From Tensegrity Systems to Cable-Strut Systems*, CRC Press, 2019.
- ZHANG, J. Y., OHSAKI, M., *Tensegrity Structures : Form, Stability, and Symmetry* (Mathematics for Industry Book 6) (2015e éd.), Springer, 2015.

Articles scientifiques :

- BRAYER, M. A., *Architectures expérimentales (1950–2012)*, HYX, 2013.
- CALLADINE, C. R., *Buckminster Fuller's Tensegrity structures and Clerk Maxwell's rules for the construction of stiff frames*, ScienceDirect, 1978, <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0020768378900525>.

- CARSTENS, S. Kuhl, D., *Tensegrity - Islands of Compression in a Sea of Tension*, University of Kassel, 2008.
- FALK, A., *Pre-stressing Timber-Based Plate Tensegrity Structures*, Aalborg University, 2012.
- FULLER, R.B., « Synergetics », *Explorations in the Geometry of Thinking*, Macmillan Publishing, New York, 1975.
- FULLER, B., « Tensegrity », *Portfolio & Art News Annual*, no. 4, 1961, Frankfurter Alfred Editor.
- GOMEZ-JAUREGUI, V., OTERO, C., ARIAS, R., MANCHADO, C., *New configurations for double-layer tensegrity grids*, 2010.
- HANAOR, A., « Debunking 'Tensegrity' - a personal perspective », *International Journal of Space Structures*, IASS, Vol. 27, 2012.
- KAWAGUCHI, K. *Long-Term Monitoring of White Rhino, Building with Tensegrity Skeletons*, 35th Annual Symposium of IABSE, 2011.
- LA FUENTE, A., *Tensegrity code Workshop_DigitalFUTURES world*, 2020, [Vidéo], YouTube, <https://www.youtube.com/watch?v=MyyXjlhWAVk>
- SNELSON, K., « Lettre à Motro, R. », *International Journal of Space Structures*, 1990.
- SCHLAICH, M., *The Messeturm in Rostock - A Tensegrity Tower*, IASS, 2004.
- TACHI, T., *Interactive freeform design of tensegrity*, The University of Tokyo, 2013.

Rapports de recherche, thèses doctorales, mémoires de master :

- BUCKMINSTER FULLER, R., *Tensile-integrity structures (3,063,521)*, United States Patent Office, 1962.
- EMMERICH, D. G., *Systèmes stéréométriques et structures autotendantes*, [Rapport de recherche], Ministère de l'environnement et du cadre de vie / Comité de la recherche et du développement en architecture (CORDA), Ecole nationale supérieure d'architecture de Paris-La Villette, 1979.
- EMMERICH, D. G., *Monographies de géométrie constructive : Structures tendues et autotendantes (tome 1). Equipartitions 1. Tessellations et réseaux planaires (tome 2)*, [Rapport de recherche] 521/88, Ministère de l'environnement et du cadre de vie / Comité de la recherche et du développement en architecture (CORDA); Ecole nationale supérieure d'architecture de Paris-La Villette, 1977, hal-01903237.
- EMMERICH, D.G., *Possibilités d'application des structures autotendantes*. [Rapport de recherche] 291/85, Ministère de l'urbanisme, du logement et des transports / Secrétariat de la recherche architecturale (SRA); Ministère de la recherche et de la technologie; Ecole nationale supérieure d'architecture de Paris-La Villette, 1985.

- EMMERICH, D.G., *Exercices de géométrie constructive. Travaux d'étudiants*, Ecole nationale supérieure d'architecture de Paris-La Villette, 1970.
- EMMERICH, D.-G., *Construction de réseaux autotendants* (FR1377290), 1964, INPI, Consulté sur : <https://data.inpi.fr/brevets/FR1377290?q=autotendant#FR1377290>
- FENG, Y., *Design of Freeform Membrane-Tensegrity Structure*, Aalto University, 2019.
- GOMEZ JAUREGUI, V., *Tensegrity Structures and their Application to Architecture*, Queen's University Belfast, 2004.
- PELLEGRINO, S., *Mechanics of Kinetically Indeterminate Structures*, University of Cambridge, 1986.
- QUIRANT, J., *Conception de systèmes structuraux autocontraints, légers et pliables : de la théorie à la mise en oeuvre*, Mécanique des structures [physics.class-ph], Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2014.
- REGNAULT, L., *Massive Lightness*, Ecole Nationale Supérieure d'Architecture de Versailles, 2018.
- SNELSON, K., *Continuous tension, discontinuous compression structures* (3,169,611), United States Patent Office, 1965.

